Supplemental material for manuscript "Estimating the concentration parameter of a von Mises distribution: a systematic simulation benchmark"

G. Marrelec and A. Giron

List of Tables

List of Figures

κ	N	Computation time		Error						
		mean	std. dev	mean	std. dev.	median	0.25	0.75	min	max
0	2	26.8 ms	7.64 ms	269	2400	1.98	0.732	6.27	6.65×10^{-6}	5.52×10^{4}
	4	27.2 ms	6.33 ms	1.42	2.93	0.946	0.574	1.47	0.0149	70.6
	8	26.9 ms	6.38 ms	0.717	0.438	0.637	0.414	0.899	0.0271	3.46
	16	26.6 ms	6.28 ms	0.455	0.257	0.42	0.268	0.594	0.0164	1.56
	32	26.7 ms	6.39 ms	0.307	0.168	0.281	0.181	0.403	0.00462	0.947
	64	26.5 ms	6.37 ms	0.224	0.113	0.21	0.142	0.292	0.00508	0.775
	128	26.7 ms	6.32 ms	0.157	0.0802	0.149	0.097	0.205	0.00466	0.455
	256	26.6 ms	6.49 ms	0.107	0.0578	0.0988	0.0649	0.142	0.00472	0.323
	512	26.8 ms	6.42 ms	0.0757	0.0396	0.0718	0.0455	0.102	0.00287	0.206
	1024	26.9 ms	6.23 ms	0.0553	0.0288	0.0517	0.034	0.0731	0.00107	0.165
	2048	27.3 ms	6.5 ms	0.04	0.0204	0.0385	0.0243	0.0523	0.00189	0.115
	4096	27.6 ms	6.6 ms	0.028	0.0143	0.0262	0.0171	0.0372	2.19×10^{-4}	0.0862
	8192	27.2 ms	6.36 ms	0.0198	0.00996	0.0188	0.0121	0.0259	2.86×10^{-4}	0.0605
0.01	2	21.8 ms	4.2 ms	9260	2.61×10^{5}	2.03	0.771	6.4	0.00306	8.21×10^{6}
	4	22 ms	3.92 ms	1.39	1.83	0.954	0.578	1.51	0.0136	24.2
	8	22.2 ms	4.16 ms	0.701	0.433	0.619	0.387	0.942	0.0175	2.95
	16	22.1 ms	4.08 ms	0.458	0.259	0.425	0.272	0.598	0.00134	1.74
	32	22.2 ms	4.21 ms	0.311	0.171	0.29	0.182	0.419	1.57×10^{-4}	1.2
	64	22.1 ms	3.93 ms	0.217	0.114	0.204	0.129	0.287	0.00626	0.614
	128	22 ms	3.82 ms	0.153	0.088	0.143	0.0864	0.204	6.1×10^{-4}	0.519
	256	22.1 ms	4.07 ms	0.103	0.0583	0.0944	0.0618	0.14	6.84×10^{-5}	0.306
	512	22.1 ms	4.03 ms	0.0689	0.0403	0.0635	0.0392	0.0939	5.14×10^{-4}	0.207
	1024	22.2 ms	3.97 ms	0.0465	0.0293	0.0434	0.0239	0.0644	4.26×10^{-5}	0.149
	2048	22.3 ms	4.21 ms	0.0302	0.0205	0.0276	0.0137	0.0426	4.6×10^{-5}	0.113
	4096	22.5 ms	4.34 ms	0.0193	0.0139	0.0173	0.00747	0.0284	2.67×10^{-5}	0.0652
	8192	22.5 ms	4.09 ms	0.0128	0.00963	0.0107	0.00488	0.0191	1.92×10^{-5}	0.0518
0.1	2	23.2 ms	5.35 ms	972	2.24×10^{4}	2.19	0.805	7.31	0.00409	7×10^{5}
	4	23.6 ms	5.51 ms	1.31	1.86	0.911	0.538	1.42	0.00547	38.2
	8	23.6 ms	5.29 ms	0.613	0.446	0.513	0.304	0.816	0.00219	2.65
	16	23.6 ms	5.48 ms	0.395	0.276	0.354	0.182	0.537	0.00131	1.66
	32	23.5 ms	5.56 ms	0.245	0.176	0.22	0.1	0.355	1.34×10^{-4}	1.11
	64	23.5 ms	5.43 ms	0.148	0.117	0.126	0.0533	0.215	1.59×10^{-4}	0.613
	128	23.6 ms	5.64 ms	0.0937	0.0771	0.0733	0.034	0.134	8.85×10^{-5}	0.42
	256	23.6 ms	5.58 ms	0.0658	0.0533	0.0535	0.0244	0.0937	1.12×10^{-4}	0.307
	512	23.1 ms	5.08 ms	0.0478	0.0368	0.0412	0.0183	0.0689	4.38×10^{-5}	0.223
	1024	23.1 ms	5.07 ms	0.0343	0.0261	0.0289	0.0147	0.0487	1.36×10^{-4}	0.154
	2048	23.4 ms	5.44 ms	0.0248	0.0191	0.0209	0.00942	0.0361	6.14×10^{-5}	0.107
	4096	23.6 ms	5.41 ms	0.0174	0.0133	0.0146	0.00705	0.0256	1.29×10^{-5}	0.0678
	8192	23.8 ms	5.28 ms	0.0131	0.0095	0.0115	0.00567	0.0192	1.02×10^{-5}	0.0568
1	2	23 ms	4.99 ms	3.8×10^{5}	1.18×10^{7}	2.1	0.606	12.4	0.00213	3.74×10^{8}
	4	23.2 ms	5.05 ms	2.33	8.2	0.628	0.264	1.52	1.76×10^{-4}	123
	8	23.3 ms	5.18 ms	0.608	0.788	0.428	0.187	0.746	0.00142	11.3
	16	23.4 ms	5.44 ms	0.379	0.334	0.295	0.141	0.527	2.26×10^{-4}	2.63
	32	23.4 ms	5.18 ms	0.254	0.214	0.199	0.0991	0.359	5.37×10^{-5}	1.45
	64	23.1 ms	5.12 ms	0.173	0.141	0.145	0.0651	0.244	6.76×10^{-5}	0.92
	128	23 ms	4.84 ms	0.12	0.0929	0.102	0.0462	0.171	7.57×10^{-4}	0.621
	256	23.3 ms	5.24 ms	0.0839	0.0654	0.0676	0.0314	0.122	2.63×10^{-5}	0.317
	512	23.5 ms	5.4 ms	0.0594	0.0461	0.0497	0.0233	0.0858	2.13×10^{-5}	0.253
	1024	23.5 ms	5.34 ms	0.0417	0.032	0.0355	0.0169	0.0602	3.46×10^{-5}	0.174
	2048	23.5 ms	5.29 ms	0.0306	0.0227	0.0265	0.0123	0.0439	1.59×10^{-4}	0.12
	4096	23.5 ms	5.02 ms	0.0208	0.0158	0.0178	0.00838	0.0296	3.86×10^{-6}	0.0956
	8192	23.8 ms	5.24 ms	0.0147	0.011	0.0126	0.00605	0.0212	1.48×10^{-5}	0.0642
10	2	24 ms	5.55 ms	2.43×10^{5}	7.48×10^{6}	34.4	6.44	215	0.0232	2.37×10^{8}
	4	24.1 ms	5.44 ms	28	66.8	7.27	3.43	24.1	0.0185	1010
	8	23.7 ms	5.2 ms	7.29	11.6	3.69	1.63	8.01	0.00968	160
	16	23.7 ms	5.1 ms	3.66	4.3	2.41	1.11	4.35	0.0147	54.1
	32	24 ms	5.49 ms	2.17	2	1.61	0.772	2.98	3.15×10^{-4}	17.5
	64	23.8 ms	5.23 ms	1.45	1.27	1.13	0.562	2	0.00408	9.17
	128	23.7 ms	5.11 ms	0.99	0.789	0.812	0.38	1.42	0.00233	4.98
	256	23.7 ms	5.15 ms	0.684	0.537	0.573	0.259	0.972	0.00161	3.79
	512	23.9 ms	5.32 ms	0.485	0.363	0.413	0.179	0.688	3.66×10^{-4}	1.96
	1024	23.9 ms	5.21 ms	0.333	0.251	0.283	0.133	0.479	3.08×10^{-4}	1.37
	2048	23.9 ms	5.41 ms	0.233	0.173	0.196	0.097	0.332	1.49×10^{-4}	1.1
	4096	24.1 ms	5.64 ms	0.164	0.122	0.14	0.0663	0.234	3.93×10^{-5}	0.703
	8192	24.2 ms	5.3 ms	0.117	0.0879	0.0976	0.0487	0.171	2.44×10^{-4}	0.53
100	2	23.2 ms	5.21 ms	8.32×10^{4}	1.33×10^{6}	301	61.7	1530	0.0718	3.92×10^{7}
	4	23.4 ms	5.15 ms	250	872	67.6	28	208	0.0723	2.04×10^{4}
	8	23.1 ms	5.16 ms	74.1	111	38.7	16.2	88.4	0.0993	1570
	16	23.5 ms	5.48 ms	38.8	41	27	11.7	51.6	0.0918	441
	32	23.4 ms	5.42 ms	24.5	22.3	19.3	8.96	31.5	0.0296	153
	64	23.4 ms	5.45 ms	15.4	13.3	12.3	5.76	21.3	0.0242	101
	128	23.3 ms	5.3 ms	10.4	8.71	8.25	3.78	14.6	3.69×10^{-4}	55.5
	256	23.7 ms	5.5 ms	7.28	5.83	6.06	2.73	10.6	0.0199	48.8
	512	23.3 ms	5.26 ms	5	3.95	4.27	1.75	7.38	0.0265	27.8
	1024	23.5 ms	5.3 ms	3.43	2.61	2.95	1.37	4.93	1.52×10^{-4}	14.6
	2048	23.7 ms	5.68 ms	2.55	1.87	2.17	1.08	3.59	0.00236	10.7
	4096	23.6 ms	5.32 ms	1.83	1.41	1.49	0.759	2.62	0.00186	8.56
	8192	24.2 ms	5.69 ms	1.28	1.01	1.06	0.489	1.84	0.00423	5.91

Table 1: **Simulation study.** Results for estimator `jML`. Mean, standard deviation, median, $[0.25, 0.75]$ quantile, min and max of absolute error.

κ	N	Computation time		Error						
		mean	std. dev	mean	std. dev.	median	0.25	0.75	min	max
0	2	27 ms	6.77 ms	134	1200	0	0	3.51	0	2.76×10^4
	4	26.3 ms	6.5 ms	0.733	2.31	0	0	0.969	0	53.1
	8	26.1 ms	6.19 ms	0.324	0.505	0	0	0.582	0	3.12
	16	26.3 ms	6.16 ms	0.194	0.304	0	0	0.37	0	1.47
	32	26.5 ms	6.41 ms	0.125	0.203	0	0	0.236	0	0.899
	64	26.3 ms	6.27 ms	0.0933	0.141	0	0	0.189	0	0.749
	128	26.2 ms	6.14 ms	0.0653	0.101	0	0	0.133	0	0.435
	256	26.4 ms	6.28 ms	0.0442	0.0704	0	0	0.0868	0	0.31
	512	26.3 ms	6.1 ms	0.0309	0.0483	0	0	0.0649	0	0.196
	1024	26.6 ms	6.46 ms	0.0235	0.036	0	0	0.0486	0	0.158
	2048	26.5 ms	6.3 ms	0.0176	0.0256	0	0	0.0357	0	0.111
	4096	26.9 ms	6.54 ms	0.0122	0.018	0	0	0.0257	0	0.0832
	8192	26.9 ms	6.2 ms	0.00847	0.0125	0	0	0.0174	0	0.0583
0.01	2	22.6 ms	5.08 ms	4630	1.31×10^5	0.01	0.01	3.57	0.01	4.1×10^6
	4	22.4 ms	4.7 ms	0.726	1.53	0.01	0.01	1.02	0.01	18.2
	8	22.4 ms	4.71 ms	0.337	0.49	0.01	0.01	0.662	0.01	2.67
	16	22.3 ms	4.62 ms	0.204	0.305	0.01	0.01	0.389	0.01	1.65
	32	22.6 ms	4.87 ms	0.142	0.203	0.01	0.01	0.284	0.01	1.16
	64	22.5 ms	4.83 ms	0.1	0.136	0.01	0.01	0.189	0.00395	0.583
	128	22.4 ms	4.62 ms	0.078	0.102	0.01	0.01	0.141	0.00782	0.502
	256	22.4 ms	4.83 ms	0.0521	0.0659	0.01	0.01	0.0936	0.00469	0.293
	512	22.7 ms	5.2 ms	0.0367	0.0426	0.01	0.01	0.0598	0.00112	0.197
	1024	22.2 ms	4.51 ms	0.0273	0.029	0.01	0.01	0.0413	6.68×10^{-4}	0.142
	2048	22.4 ms	4.51 ms	0.0202	0.0183	0.01	0.01	0.0262	1.81×10^{-4}	0.109
	4096	22.6 ms	4.75 ms	0.0155	0.011	0.01	0.01	0.018	3.74×10^{-5}	0.0617
	8192	23 ms	4.99 ms	0.0123	0.00696	0.01	0.01	0.0129	3.82×10^{-6}	0.0497
0.1	2	23 ms	5.3 ms	486	1.12×10^4	0.784	0.1	3.96	0.1	3.5×10^5
	4	23.2 ms	5.36 ms	0.737	1.5	0.1	0.1	0.938	0.00936	28.7
	8	23.4 ms	5.38 ms	0.358	0.434	0.1	0.1	0.513	0.0211	2.39
	16	23.2 ms	5.14 ms	0.255	0.263	0.1	0.1	0.352	0.00427	1.57
	32	23 ms	5.11 ms	0.181	0.151	0.1	0.1	0.24	0.00125	1.07
	64	23.3 ms	5.15 ms	0.135	0.0889	0.1	0.1	0.133	1.3×10^{-4}	0.585
	128	23.3 ms	5.22 ms	0.105	0.0563	0.1	0.1	0.1	9.78×10^{-5}	0.402
	256	23.2 ms	5.42 ms	0.0844	0.0431	0.1	0.0526	0.1	4.66×10^{-4}	0.296
	512	23.4 ms	5.32 ms	0.0604	0.0395	0.0579	0.0248	0.1	1.66×10^{-5}	0.216
	1024	23.4 ms	5.31 ms	0.0409	0.0326	0.0314	0.0147	0.0594	7.56×10^{-6}	0.15
	2048	23.7 ms	5.6 ms	0.0267	0.0218	0.022	0.00978	0.0377	1.13×10^{-4}	0.105
	4096	23.6 ms	5.41 ms	0.0177	0.0136	0.0146	0.00674	0.0257	6.54×10^{-5}	0.0691
	8192	23.8 ms	5.42 ms	0.0131	0.00958	0.0113	0.00571	0.0192	6.29×10^{-6}	0.06
1	2	23.6 ms	5.33 ms	1.9×10^5	5.91×10^6	1	1	5.98	0.0113	1.87×10^8
	4	24 ms	5.54 ms	1.97	6.08	1	0.559	1.05	0.00152	91.9
	8	24 ms	5.17 ms	0.649	0.686	0.499	0.214	1	4.43×10^{-5}	9.81
	16	24 ms	5.38 ms	0.402	0.337	0.309	0.14	0.561	2.27×10^{-4}	2.45
	32	23.7 ms	5.12 ms	0.257	0.212	0.21	0.0961	0.364	6.57×10^{-4}	1.39
	64	23.6 ms	5.1 ms	0.174	0.139	0.146	0.0657	0.242	3.01×10^{-4}	0.897
	128	24.1 ms	5.43 ms	0.121	0.0924	0.104	0.0462	0.175	3.45×10^{-5}	0.61
	256	23.9 ms	5.4 ms	0.0839	0.0652	0.0681	0.0325	0.121	5.14×10^{-4}	0.312
	512	24.1 ms	5.31 ms	0.0594	0.0461	0.0498	0.0235	0.0865	3.95×10^{-5}	0.25
	1024	24.2 ms	5.45 ms	0.0417	0.032	0.0358	0.0171	0.0597	7.22×10^{-5}	0.173
	2048	24.3 ms	5.43 ms	0.0306	0.0227	0.026	0.012	0.0438	2.45×10^{-5}	0.119
	4096	24 ms	5.13 ms	0.0207	0.0158	0.0178	0.00816	0.0297	6.19×10^{-5}	0.0953
	8192	24.1 ms	5.19 ms	0.0147	0.011	0.0125	0.006	0.0212	6.33×10^{-6}	0.064
10	2	23.7 ms	5.28 ms	1.22×10^5	3.74×10^6	12.4	4.84	103	0.019	1.18×10^8
	4	23.7 ms	5.37 ms	20.1	49.6	5.39	2.74	15.7	0.0316	752
	8	23.6 ms	5.24 ms	6.13	9.81	3.35	1.62	6.15	0.00369	139
	16	23.9 ms	5.54 ms	3.36	3.83	2.36	1.2	3.97	0.00671	50.1
	32	23.7 ms	5.39 ms	2.07	1.85	1.6	0.815	2.8	2.28×10^{-4}	16.7
	64	23.7 ms	5.38 ms	1.42	1.22	1.12	0.517	2	0.00247	8.87
	128	23.8 ms	5.4 ms	0.974	0.772	0.82	0.362	1.42	0.00128	4.87
	256	23.8 ms	5.28 ms	0.678	0.529	0.567	0.254	0.959	0.00143	3.73
	512	23.7 ms	5.31 ms	0.483	0.359	0.42	0.188	0.688	4.93×10^{-4}	1.93
	1024	23.9 ms	5.24 ms	0.332	0.25	0.282	0.134	0.477	1.06×10^{-4}	1.36
	2048	23.7 ms	5.27 ms	0.233	0.173	0.196	0.0964	0.334	1.98×10^{-4}	1.09
	4096	23.9 ms	5.22 ms	0.163	0.122	0.139	0.0679	0.234	1.15×10^{-5}	0.705
	8192	24 ms	5.27 ms	0.117	0.0879	0.0973	0.049	0.172	4.64×10^{-4}	0.529
100	2	23.3 ms	5.36 ms	4.16×10^4	6.66×10^5	101	46.7	715	0.242	1.96×10^7
	4	23.4 ms	5.49 ms	179	650	53	25	131	0.103	1.53×10^4
	8	23.7 ms	5.36 ms	62.1	92.8	35.1	16.3	65.8	0.132	1360
	16	23.7 ms	5.72 ms	35.1	36.3	24.8	11.8	45.1	0.00378	407
	32	23.4 ms	5.37 ms	23.1	20.8	18.6	9.07	29.8	0.0695	145
	64	23.3 ms	5.4 ms	15.1	12.7	12.2	5.8	20.8	0.00212	97.9
	128	23.3 ms	5.44 ms	10.2	8.49	8.09	3.69	14.4	0.00751	54.3
	256	23.3 ms	5.34 ms	7.24	5.74	6.03	2.72	10.4	0.0207	48.2
	512	23.4 ms	5.51 ms	4.98	3.93	4.32	1.73	7.35	0.00108	27.5
	1024	23.5 ms	5.41 ms	3.43	2.6	2.92	1.39	4.93	6.36×10^{-4}	14.5
	2048	23.7 ms	5.57 ms	2.55	1.87	2.18	1.08	3.61	0.00287	10.7
	4096	23.6 ms	5.4 ms	1.83	1.41	1.48	0.744	2.62	0.00109	8.53
	8192	23.6 ms	5.47 ms	1.28	1.01	1.05	0.491	1.83	0.0017	5.9

Table 2: **Simulation study.** Results for estimator `mML`. Mean, standard deviation, median, $[0.25, 0.75]$ quantile, min and max of absolute error.

κ	N	Computation time		Error						
		mean	std. dev	mean	std. dev.	median	0.25	0.75	min	max
0	2	47.6 ms	9.73 ms	27	240	0.349	0	1.03	0	5520
	4	47.8 ms	8.85 ms	0.64	1.22	0.418	0	0.96	0	28
	8	47.3 ms	8.38 ms	0.394	0.45	0.245	0	0.622	0	2.28
	16	47.9 ms	8.52 ms	0.231	0.284	0.122	0	0.384	0	1.48
	32	48.5 ms	9.16 ms	0.147	0.184	0.0588	0	0.247	0	0.881
	64	47.7 ms	8.39 ms	0.108	0.125	0.0604	0	0.185	0	0.735
	128	48.3 ms	8.75 ms	0.0754	0.089	0.0448	0	0.129	0	0.42
	256	47.9 ms	8.66 ms	0.05	0.0629	0.0197	0	0.0866	0	0.299
	512	47.8 ms	8.59 ms	0.0353	0.0428	0.0175	0	0.0632	0	0.187
	1024	48.5 ms	8.88 ms	0.0264	0.0317	0.0139	0	0.0464	0	0.153
	2048	48.2 ms	8.72 ms	0.0199	0.0224	0.0132	0	0.0336	0	0.107
	4096	48.6 ms	8.85 ms	0.0136	0.0159	0.0076	0	0.0241	0	0.0805
	8192	48.9 ms	9.25 ms	0.00962	0.011	0.00589	0	0.0165	0	0.0564
0.01	2	45.6 ms	7.99 ms	927	2.61×10^4	0.351	0.01	1.08	0.00117	8.21×10^5
	4	46 ms	8.35 ms	0.619	0.82	0.436	0.01	0.981	3.48×10^{-4}	9.59
	8	45.7 ms	7.84 ms	0.392	0.452	0.221	0.01	0.679	0.00118	1.94
	16	45.4 ms	8.05 ms	0.24	0.282	0.138	0.01	0.393	2.95×10^{-4}	1.67
	32	45.6 ms	8.31 ms	0.158	0.183	0.0821	0.01	0.273	6.53×10^{-5}	1.15
	64	45.9 ms	8.03 ms	0.11	0.122	0.0584	0.01	0.181	3.57×10^{-4}	0.564
	128	45.9 ms	8.2 ms	0.0814	0.0914	0.0408	0.01	0.131	1.38×10^{-4}	0.489
	256	45.6 ms	8.28 ms	0.0535	0.0593	0.0196	0.01	0.0873	1.41×10^{-4}	0.282
	512	45.9 ms	8.36 ms	0.0365	0.0383	0.0103	0.01	0.0563	8.96×10^{-5}	0.189
	1024	45.8 ms	8.21 ms	0.0261	0.0265	0.01	0.01	0.0381	7.53×10^{-6}	0.136
	2048	45.4 ms	8.28 ms	0.0185	0.017	0.01	0.01	0.024	6.3×10^{-5}	0.105
	4096	45.8 ms	7.97 ms	0.0134	0.0105	0.01	0.00814	0.0157	1.92×10^{-5}	0.0587
	8192	46.8 ms	8.46 ms	0.0103	0.00705	0.01	0.00588	0.0106	2.25×10^{-5}	0.0478
0.1	2	46.5 ms	8.32 ms	97.2	2240	0.277	0.1	0.947	0.00329	7×10^4
	4	46.6 ms	8.59 ms	0.606	0.787	0.416	0.1	0.911	0.0028	15.1
	8	46.8 ms	8.98 ms	0.375	0.409	0.105	0.1	0.544	0.00225	1.77
	16	46.3 ms	8.45 ms	0.251	0.256	0.1	0.1	0.341	3.06×10^{-4}	1.59
	32	45.8 ms	8.4 ms	0.166	0.146	0.1	0.1	0.218	9.95×10^{-5}	1.06
	64	46.3 ms	8.6 ms	0.115	0.0895	0.1	0.0651	0.116	1.33×10^{-4}	0.569
	128	46.3 ms	8.19 ms	0.0862	0.0589	0.0932	0.0449	0.1	4.77×10^{-5}	0.39
	256	46.3 ms	8.16 ms	0.0705	0.0436	0.0703	0.0346	0.1	3.81×10^{-5}	0.288
	512	46.8 ms	8.43 ms	0.0536	0.0366	0.0481	0.0218	0.0863	2.56×10^{-4}	0.21
	1024	46.7 ms	8.64 ms	0.0385	0.0298	0.0313	0.0148	0.0563	1.82×10^{-5}	0.147
	2048	46.9 ms	8.58 ms	0.027	0.0211	0.0223	0.0102	0.039	2.66×10^{-5}	0.102
	4096	46.7 ms	8.44 ms	0.0181	0.0139	0.0146	0.00714	0.0264	4.79×10^{-6}	0.072
	8192	47 ms	8.45 ms	0.0132	0.00967	0.0112	0.00528	0.0193	6.52×10^{-5}	0.0624
1	2	47.5 ms	8.89 ms	3.8×10^4	1.18×10^6	0.771	0.453	1	0.00269	3.74×10^7
	4	47.1 ms	8.29 ms	0.998	3.14	0.506	0.182	0.979	6.24×10^{-4}	48.1
	8	47.8 ms	8.79 ms	0.518	0.475	0.439	0.219	0.73	0.00161	7.1
	16	47.9 ms	9.02 ms	0.389	0.288	0.327	0.153	0.57	8.39×10^{-4}	1.98
	32	47.6 ms	8.64 ms	0.265	0.21	0.219	0.101	0.373	9.97×10^{-4}	1.22
	64	48 ms	8.95 ms	0.178	0.141	0.15	0.0663	0.25	9.96×10^{-5}	0.904
	128	47.5 ms	8.41 ms	0.122	0.0932	0.105	0.0468	0.178	1.47×10^{-4}	0.611
	256	47.7 ms	8.71 ms	0.0844	0.0654	0.0677	0.0321	0.123	1.41×10^{-4}	0.311
	512	47.7 ms	8.41 ms	0.0596	0.0461	0.0495	0.0238	0.087	2.91×10^{-5}	0.25
	1024	47.7 ms	8.6 ms	0.0417	0.032	0.0359	0.0166	0.0599	7.25×10^{-6}	0.173
	2048	48.1 ms	9.02 ms	0.0306	0.0227	0.0262	0.0121	0.0438	1.49×10^{-4}	0.119
	4096	48.3 ms	8.72 ms	0.0207	0.0158	0.0177	0.00811	0.0297	7.63×10^{-6}	0.0951
	8192	48.9 ms	9.03 ms	0.0147	0.011	0.0125	0.00599	0.0212	5.25×10^{-6}	0.0639
10	2	46.5 ms	8.5 ms	2.43×10^4	7.48×10^5	8.6	6.2	12.5	0.0121	2.37×10^7
	4	46 ms	8.11 ms	11	24.8	5.7	3.25	7.79	0.0282	393
	8	46.9 ms	8.42 ms	4.94	6.63	3.65	1.98	5.45	0.0065	102
	16	46.8 ms	8.65 ms	3.07	3.01	2.52	1.29	3.9	1.87×10^{-4}	42.6
	32	46.4 ms	8.4 ms	1.99	1.6	1.68	0.815	2.77	0.00126	15
	64	46.6 ms	8.55 ms	1.39	1.13	1.15	0.526	2	4.68×10^{-4}	8.28
	128	46.1 ms	8.16 ms	0.954	0.744	0.788	0.373	1.38	2.59×10^{-4}	4.63
	256	46.7 ms	8.52 ms	0.668	0.518	0.573	0.267	0.957	9.99×10^{-5}	3.62
	512	46.5 ms	8.01 ms	0.481	0.353	0.429	0.196	0.691	3.42×10^{-5}	1.89
	1024	46.4 ms	8.39 ms	0.331	0.249	0.281	0.134	0.474	5.73×10^{-5}	1.34
	2048	46.6 ms	8.61 ms	0.233	0.173	0.197	0.0976	0.334	0.00198	1.08
	4096	46.8 ms	8.77 ms	0.163	0.122	0.138	0.0688	0.233	2.06×10^{-5}	0.71
	8192	46.9 ms	8.65 ms	0.117	0.0878	0.0971	0.0489	0.172	4.59×10^{-6}	0.527
100	2	46.1 ms	8.28 ms	8320	1.33×10^5	83.9	60.1	96.1	0.0532	3.92×10^6
	4	46.5 ms	8.14 ms	101	335	54.7	31.5	75.6	0.0137	8050
	8	46.6 ms	8.52 ms	48.9	62.2	37.1	20	56.1	0.0231	1000
	16	47.2 ms	8.87 ms	30.8	28	25.2	12.8	41	0.0423	344
	32	46.6 ms	8.2 ms	21.4	18	17.5	8.54	28.5	0.0306	130
	64	46.6 ms	8.35 ms	14.7	11.7	12.5	5.91	20.9	0.016	91.8
	128	46.6 ms	8.36 ms	10.1	8.11	8.26	3.86	14.3	0.012	51.9
	256	46.8 ms	8.48 ms	7.2	5.61	6.14	2.85	10.3	3.33×10^{-4}	47
	512	46 ms	8.04 ms	4.96	3.88	4.31	1.77	7.3	0.0104	27
	1024	46.1 ms	8.14 ms	3.43	2.59	2.91	1.37	4.83	0.0211	14.2
	2048	46.8 ms	8.36 ms	2.55	1.86	2.17	1.07	3.66	2.48×10^{-5}	10.6
	4096	46.7 ms	8.46 ms	1.83	1.41	1.47	0.742	2.65	7.36×10^{-4}	8.48
	8192	47.2 ms	8.52 ms	1.28	1.01	1.05	0.493	1.82	0.00336	5.87

Table 3: **Simulation study.** Results for estimator `BF1`. Mean, standard deviation, median, $[0.25, 0.75]$ quantile, min and max of absolute error.

κ	N	Computation time		Error						
		mean	std. dev	mean	std. dev.	median	0.25	0.75	min	max
0	2	93.4 ms	15.4 ms	0	0	0	0	0	0	0
	4	141 ms	17.2 ms	0.0924	0.473	0	0	0	0	12.6
	8	233 ms	23.4 ms	0.351	0.34	0.31	0	0.547	0	1.84
	16	423 ms	30.6 ms	0.277	0.266	0.223	1.55×10^{-4}	0.438	0	1.36
	32	796 ms	43 ms	0.194	0.186	0.16	0	0.311	0	0.871
	64	1.55 s	61.3 ms	0.149	0.128	0.131	0.0304	0.232	0	0.738
	128	3.05 s	89.8 ms	0.105	0.0925	0.096	0.0166	0.165	0	0.433
	256	6.06 s	137 ms	0.0709	0.0662	0.0601	0.00402	0.114	0	0.31
	512	12.1 s	216 ms	0.0502	0.0455	0.0445	0.00292	0.082	0	0.197
	1024	24.2 s	347 ms	0.0374	0.0332	0.0326	0.00523	0.0598	0	0.158
	2048	48.4 s	524 ms	0.0276	0.0236	0.0261	0.00437	0.043	0	0.111
	4096	97.1 s	879 ms	0.0192	0.0166	0.0169	0.00282	0.0306	0	0.0833
	8192	196 s	1.6 s	0.0136	0.0115	0.0123	0.00205	0.0212	0	0.0584
0.01	2	93.3 ms	13.1 ms	0.01	1.68×10^{-16}	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
	4	141 ms	17.8 ms	0.107	0.39	0.01	0.01	0.01	0.00141	6.47
	8	235 ms	22.6 ms	0.345	0.336	0.285	0.01	0.579	1.26×10^{-5}	2.19
	16	424 ms	30.7 ms	0.284	0.264	0.246	0.01	0.442	0.00153	1.51
	32	800 ms	44.7 ms	0.203	0.185	0.173	0.01	0.328	2.35×10^{-4}	1.12
	64	1.55 s	60.5 ms	0.146	0.127	0.127	0.0156	0.228	4.55×10^{-4}	0.579
	128	3.06 s	95.5 ms	0.107	0.0961	0.0902	0.01	0.166	4.51×10^{-5}	0.5
	256	6.06 s	134 ms	0.0717	0.0631	0.0573	0.01	0.113	2.65×10^{-5}	0.293
	512	12.1 s	204 ms	0.048	0.0422	0.0366	0.01	0.0746	1.41×10^{-4}	0.197
	1024	24.2 s	302 ms	0.0337	0.0291	0.0249	0.01	0.0512	3.47×10^{-6}	0.142
	2048	48.4 s	451 ms	0.0228	0.0193	0.0145	0.01	0.0332	2.23×10^{-5}	0.109
	4096	97.2 s	703 ms	0.0156	0.0123	0.01	0.00774	0.0221	7.02×10^{-5}	0.0619
	8192	196 s	1.23 s	0.0111	0.00831	0.01	0.00499	0.0148	6.93×10^{-6}	0.0498
0.1	2	93.6 ms	13.1 ms	0.1	1.42×10^{-15}	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
	4	141 ms	16.8 ms	0.189	0.632	0.1	0.1	0.1	6.65×10^{-4}	16.1
	8	233 ms	22 ms	0.306	0.302	0.159	0.1	0.456	0.00104	2.14
	16	423 ms	30.3 ms	0.267	0.241	0.169	0.1	0.379	4.33×10^{-4}	1.41
	32	799 ms	43.3 ms	0.185	0.154	0.111	0.0912	0.266	9.69×10^{-5}	1.03
	64	1.55 s	60 ms	0.124	0.0997	0.1	0.0568	0.159	2.38×10^{-4}	0.576
	128	3.06 s	87.9 ms	0.0867	0.0665	0.0816	0.0363	0.1	1.92×10^{-5}	0.4
	256	6.05 s	139 ms	0.0676	0.0472	0.0613	0.0304	0.1	6.7×10^{-5}	0.296
	512	12.1 s	209 ms	0.0504	0.0372	0.0433	0.0193	0.0776	4.69×10^{-6}	0.216
	1024	24.1 s	312 ms	0.0362	0.0279	0.0294	0.0142	0.0517	9.76×10^{-6}	0.15
	2048	48.3 s	456 ms	0.0256	0.0199	0.0217	0.00958	0.0371	9.67×10^{-6}	0.105
	4096	97.1 s	650 ms	0.0177	0.0135	0.0146	0.00672	0.0257	5.38×10^{-5}	0.0663
	8192	196 s	1.11 s	0.0131	0.00957	0.0113	0.00572	0.0192	6.88×10^{-6}	0.0596
1	2	93.9 ms	13.5 ms	1	0	1	1	1	1	1
	4	141 ms	17.6 ms	0.943	0.605	1	1	1	0.00276	16.4
	8	237 ms	24.6 ms	0.463	0.385	0.375	0.207	0.66	1.71×10^{-4}	4.81
	16	424 ms	32.5 ms	0.335	0.261	0.288	0.129	0.474	0.00115	1.95
	32	804 ms	44.8 ms	0.244	0.193	0.204	0.0915	0.343	2.68×10^{-4}	1.29
	64	1.56 s	63.6 ms	0.17	0.134	0.145	0.0638	0.24	3.67×10^{-5}	0.853
	128	3.08 s	96.2 ms	0.119	0.0911	0.102	0.046	0.175	3.19×10^{-4}	0.595
	256	6.12 s	158 ms	0.0835	0.0647	0.0664	0.0317	0.122	1.66×10^{-5}	0.307
	512	12.2 s	255 ms	0.0593	0.0459	0.049	0.0236	0.0861	1.98×10^{-4}	0.248
	1024	24.4 s	412 ms	0.0416	0.032	0.036	0.0164	0.0599	1.99×10^{-5}	0.172
	2048	48.8 s	711 ms	0.0305	0.0227	0.0262	0.0121	0.0437	1.86×10^{-4}	0.119
	4096	98 s	1.26 s	0.0207	0.0158	0.0177	0.00807	0.0297	4.97×10^{-5}	0.095
	8192	198 s	2.32 s	0.0147	0.011	0.0125	0.00597	0.0212	3.22×10^{-5}	0.0639
10	2	93.2 ms	13 ms	10	0	10	10	10	10	10
	4	142 ms	17.1 ms	9.9	9.05	10	10	10	0.0612	151
	8	234 ms	22.1 ms	5.84	5.52	4.95	2.8	7.79	0.00658	74.8
	16	425 ms	31.4 ms	3.23	2.87	2.72	1.46	4.33	3.39×10^{-4}	41.5
	32	802 ms	42.4 ms	1.99	1.56	1.72	0.823	2.77	0.00746	13.2
	64	1.56 s	63.4 ms	1.39	1.12	1.15	0.529	1.98	0.00267	8.41
	128	3.08 s	91.3 ms	0.953	0.743	0.794	0.368	1.38	5.09×10^{-4}	4.69
	256	6.12 s	142 ms	0.668	0.518	0.573	0.271	0.964	0.00144	3.64
	512	12.2 s	230 ms	0.481	0.353	0.429	0.195	0.693	2.91×10^{-4}	1.9
	1024	24.3 s	388 ms	0.331	0.249	0.282	0.133	0.473	1.64×10^{-4}	1.33
	2048	48.7 s	682 ms	0.233	0.173	0.196	0.0975	0.334	0.00203	1.08
	4096	97.6 s	1.23 s	0.163	0.122	0.138	0.0686	0.233	1.62×10^{-4}	0.709
	8192	197 s	2.26 s	0.117	0.0878	0.0971	0.0491	0.172	7.96×10^{-5}	0.527
100	2	94.6 ms	13.1 ms	100	0	100	100	100	100	100
	4	142 ms	17 ms	96.6	67.8	100	100	100	0.101	1680
	8	237 ms	24.5 ms	60.4	51	53.6	27.8	83.2	0.0578	513
	16	428 ms	36.1 ms	33	28.6	27.5	13.5	44	0.0727	374
	32	808 ms	52.1 ms	21.5	17.9	17.7	8.57	29.5	0.0232	128
	64	1.57 s	83.7 ms	14.6	11.6	12.3	5.93	20.9	0.0493	94.1
	128	3.1 s	144 ms	10	8.11	8.34	3.84	14.3	6.33×10^{-4}	52.7
	256	6.15 s	249 ms	7.2	5.61	6.15	2.82	10.2	0.00712	47
	512	12.2 s	451 ms	4.96	3.88	4.3	1.76	7.28	0.0156	27.1
	1024	24.4 s	909 ms	3.43	2.58	2.91	1.37	4.83	0.0114	14.2
	2048	49.2 s	1.85 s	2.55	1.86	2.17	1.08	3.66	4.43×10^{-4}	10.6
	4096	98.1 s	3.37 s	1.83	1.41	1.48	0.742	2.65	6.61×10^{-4}	8.48
	8192	198 s	6.71 s	1.28	1.01	1.05	0.493	1.82	0.00379	5.87

Table 4: **Simulation study.** Results for estimator `BF2`. Mean, standard deviation, median, $[0.25, 0.75]$ quantile, min and max of absolute error.

κ	N	Computation time mean	Computation time std. dev	Error mean	Error std. dev.	Error median	Error 0.25	Error 0.75	Error min	Error max
0	2	23.9 ms	8.22 ms	116	1050	0.677	0.335	2.56	0.227	2.51×10^4
	4	22.1 ms	4.37 ms	3.09	23	0.531	0.302	1.17	0.175	503
	8	22.5 ms	4.19 ms	0.623	0.788	0.379	0.265	0.654	0.167	11.4
	16	22.3 ms	3.79 ms	0.378	0.222	0.306	0.243	0.43	0.167	1.94
	32	22.4 ms	3.93 ms	0.299	0.0928	0.269	0.235	0.338	0.181	1.24
	64	22.8 ms	4.25 ms	0.27	0.0515	0.258	0.232	0.296	0.19	0.534
	128	23.9 ms	3.96 ms	0.255	0.032	0.247	0.23	0.271	0.2	0.476
	256	28.9 ms	5.04 ms	0.244	0.0203	0.241	0.229	0.255	0.204	0.355
	512	47.5 ms	5.19 ms	0.239	0.0134	0.236	0.228	0.247	0.215	0.29
	1024	125 ms	6.62 ms	0.235	0.00926	0.233	0.228	0.241	0.218	0.272
	2048	493 ms	28.5 ms	0.233	0.00645	0.232	0.228	0.237	0.217	0.26
	4096	2.34 s	69.4 ms	0.231	0.00425	0.23	0.227	0.234	0.221	0.245
	8192	9.96 s	160 ms	0.23	0.00313	0.229	0.227	0.232	0.221	0.242
0.01	2	29.7 ms	7.67 ms	4000	1.18×10^5	0.738	0.339	2.65	0.218	3.73×10^6
	4	23.7 ms	5.18 ms	6.5	119	0.529	0.294	1.27	0.17	3720
	8	23.8 ms	4.94 ms	0.651	1.12	0.38	0.255	0.645	0.153	23.3
	16	23.5 ms	4.86 ms	0.376	0.231	0.303	0.237	0.432	0.161	2.85
	32	23.4 ms	4.8 ms	0.299	0.107	0.269	0.228	0.331	0.169	1.06
	64	23.9 ms	5.22 ms	0.262	0.0533	0.248	0.222	0.289	0.182	0.586
	128	25.2 ms	5.55 ms	0.246	0.0346	0.235	0.22	0.261	0.189	0.42
	256	29.6 ms	5.66 ms	0.235	0.0203	0.23	0.219	0.246	0.196	0.355
	512	48.8 ms	6.29 ms	0.23	0.0137	0.227	0.218	0.238	0.202	0.28
	1024	129 ms	7.49 ms	0.225	0.00969	0.223	0.218	0.231	0.205	0.267
	2048	486 ms	21.7 ms	0.223	0.00642	0.221	0.218	0.227	0.209	0.246
	4096	2.33 s	89.8 ms	0.221	0.00452	0.22	0.217	0.224	0.212	0.236
	8192	10 s	336 ms	0.22	0.00333	0.219	0.217	0.222	0.212	0.232
0.1	2	31.3 ms	7.71 ms	441	1.02×10^4	0.753	0.278	3.08	0.128	3.19×10^5
	4	24.3 ms	4.94 ms	3.78	50.2	0.495	0.217	1.16	0.0786	1550
	8	24.5 ms	4.8 ms	0.537	0.834	0.287	0.17	0.556	0.061	10.2
	16	24.5 ms	4.93 ms	0.3	0.279	0.214	0.148	0.347	0.0641	3.69
	32	24.5 ms	5.08 ms	0.218	0.116	0.182	0.139	0.258	0.0784	1.04
	64	24.6 ms	4.91 ms	0.176	0.0591	0.158	0.131	0.204	0.0858	0.522
	128	26.1 ms	5.5 ms	0.16	0.0377	0.151	0.13	0.179	0.103	0.37
	256	31 ms	5.99 ms	0.151	0.0271	0.144	0.129	0.167	0.112	0.274
	512	49.8 ms	6.25 ms	0.148	0.0212	0.144	0.128	0.162	0.113	0.216
	1024	129 ms	7.01 ms	0.144	0.0172	0.14	0.128	0.157	0.121	0.21
	2048	552 ms	58.1 ms	0.142	0.0151	0.14	0.128	0.155	0.122	0.19
	4096	2.39 s	252 ms	0.142	0.014	0.145	0.128	0.154	0.125	0.173
	8192	10.1 s	373 ms	0.141	0.0134	0.146	0.127	0.154	0.126	0.169
1	2	30.6 ms	7.87 ms	1.73×10^5	5.37×10^6	0.73	0.486	4.72	0.00144	1.7×10^8
	4	23.8 ms	5.4 ms	7	45.2	0.678	0.355	2.01	0.00408	1190
	8	24 ms	4.95 ms	1.11	3.25	0.555	0.287	0.798	2.79×10^{-4}	64.7
	16	24 ms	5.11 ms	0.567	0.608	0.459	0.235	0.717	0.00197	5.93
	32	24.3 ms	5.23 ms	0.383	0.274	0.341	0.177	0.522	0.0025	2.64
	64	24.4 ms	5.47 ms	0.328	0.218	0.297	0.161	0.442	7.36×10^{-4}	1.41
	128	25.4 ms	5.2 ms	0.31	0.208	0.28	0.165	0.389	0.00133	0.782
	256	30.4 ms	6.24 ms	0.317	0.198	0.275	0.192	0.365	0.00123	0.782
	512	48.9 ms	6.65 ms	0.313	0.174	0.273	0.22	0.335	0.00126	0.775
	1024	133 ms	8.92 ms	0.323	0.171	0.275	0.233	0.321	0.0949	0.774
	2048	629 ms	20.5 ms	0.329	0.177	0.27	0.241	0.303	0.127	0.773
	4096	2.6 s	96.6 ms	0.317	0.157	0.269	0.25	0.29	0.148	0.773
	8192	10.8 s	678 ms	0.322	0.159	0.27	0.256	0.285	0.174	0.773
10	2	29.5 ms	7.17 ms	1.11×10^5	3.4×10^6	9.59	5.19	84.9	0.0375	1.08×10^8
	4	23.6 ms	5.32 ms	190	2940	8.33	3.71	39	0.00434	9.18×10^4
	8	23.8 ms	4.97 ms	16.1	38	5.3	2.56	14.3	0.00253	575
	16	23.5 ms	4.76 ms	7.6	12.6	3.84	1.87	7.26	0.00728	196
	32	23.5 ms	4.83 ms	4	4.45	2.8	1.37	4.7	0.0147	37.4
	64	23.6 ms	4.82 ms	2.55	2.27	2.11	1.03	3.3	0.00117	20.8
	128	24.7 ms	5.04 ms	1.67	1.41	1.35	0.641	2.3	0.00196	10.3
	256	29.3 ms	5.77 ms	1.14	0.931	0.955	0.418	1.61	0.00396	6.81
	512	45.9 ms	6.58 ms	0.79	0.589	0.647	0.347	1.15	1.15×10^{-4}	3.37
	1024	122 ms	7.53 ms	0.573	0.427	0.487	0.236	0.817	0.00334	2.57
	2048	460 ms	60.8 ms	0.45	0.328	0.383	0.186	0.656	4.83×10^{-4}	1.76
	4096	1.8 s	153 ms	0.363	0.252	0.325	0.162	0.516	4.01×10^{-4}	1.56
	8192	8.83 s	458 ms	0.288	0.198	0.258	0.127	0.409	2.3×10^{-5}	0.967
100	2	30.4 ms	8.28 ms	3.7×10^4	6.06×10^5	84.7	47.2	605	0.359	1.79×10^7
	4	29 ms	6.57 ms	4970	1.11×10^5	75.6	35.9	327	0.672	3.32×10^6
	8	28.9 ms	5.95 ms	150	374	52.6	26.1	134	0.0257	5310
	16	28.9 ms	5.98 ms	68.4	98.1	38.3	18.4	72.4	0.00758	996
	32	29.3 ms	5.91 ms	41.5	45.6	27.7	13.2	51.1	0.0369	478
	64	29.2 ms	5.95 ms	25.9	25.1	19.7	9.05	34	0.0493	268
	128	29.9 ms	6.04 ms	17.4	14.8	13.8	7.02	23.6	0.0147	115
	256	33.7 ms	6.56 ms	11.8	10.1	9.3	3.95	16.9	0.0222	72.9
	512	45.8 ms	7.69 ms	8.64	6.52	7.38	3.61	12.2	0.00758	41.1
	1024	96.3 ms	8.49 ms	5.98	4.48	4.99	2.38	8.65	0.00189	24.4
	2048	396 ms	55 ms	4.18	3.07	3.54	1.8	5.94	0.00314	19.1
	4096	1.88 s	51.9 ms	2.94	2.2	2.47	1.2	4.28	0.0114	14.4
	8192	7.8 s	281 ms	2.08	1.56	1.73	0.839	2.95	0.00153	8.59

Table 5: **Simulation study.** Results for estimator `median1`. Mean, standard deviation, median, $[0.25, 0.75]$ quantile, min and max of absolute error.

κ	N	Computation time mean	Computation time std. dev	Error mean	std. dev.	median	0.25	0.75	min	max
0	2	54.7 ms	9.84 ms	116	1050	0.926	0.341	2.88	3.33×10^{-6}	2.51×10^{4}
	4	54.2 ms	8.33 ms	3.46	23.8	0.793	0.333	1.57	0.00578	503
	8	53.5 ms	8.27 ms	0.767	0.925	0.522	0.232	0.977	0.00138	11.6
	16	52.8 ms	8.6 ms	0.432	0.367	0.352	0.159	0.599	7.65×10^{-4}	2.28
	32	52.7 ms	8.65 ms	0.263	0.209	0.22	0.1	0.39	1.77×10^{-4}	1.57
	64	52.8 ms	9.24 ms	0.184	0.137	0.151	0.0757	0.266	1.24×10^{-4}	0.72
	128	52.6 ms	8.45 ms	0.128	0.0949	0.112	0.0529	0.183	1.43×10^{-4}	0.624
	256	59 ms	9.45 ms	0.0853	0.0667	0.0766	0.0312	0.124	1.37×10^{-4}	0.388
	512	81.2 ms	9.95 ms	0.0609	0.0467	0.0541	0.0221	0.0924	7.51×10^{-7}	0.223
	1024	172 ms	12 ms	0.0429	0.034	0.0367	0.0152	0.0622	1.73×10^{-5}	0.167
	2048	574 ms	58.8 ms	0.0308	0.0243	0.0265	0.0103	0.0469	1.95×10^{-5}	0.125
	4096	2.38 s	130 ms	0.0205	0.0166	0.0174	0.00571	0.032	8.49×10^{-7}	0.0702
	8192	10.2 s	429 ms	0.0149	0.0124	0.0132	0.00327	0.023	2.94×10^{-6}	0.0618
0.01	2	53.4 ms	8 ms	4000	1.18×10^{5}	1.01	0.364	2.97	3.58×10^{-4}	3.73×10^{6}
	4	52.4 ms	8.33 ms	7.13	123	0.799	0.338	1.68	1.81×10^{-4}	3720
	8	52 ms	8.59 ms	0.799	1.25	0.548	0.211	0.976	1.17×10^{-4}	23.6
	16	50.9 ms	8.17 ms	0.433	0.374	0.342	0.148	0.605	1.64×10^{-4}	3.15
	32	51.3 ms	8.6 ms	0.273	0.224	0.226	0.105	0.383	5.62×10^{-4}	1.39
	64	50.6 ms	8.66 ms	0.177	0.14	0.15	0.0623	0.26	1.18×10^{-4}	0.803
	128	51.7 ms	9.14 ms	0.119	0.104	0.095	0.0323	0.177	1.25×10^{-4}	0.533
	256	56.5 ms	9.12 ms	0.0759	0.0657	0.0628	0.0197	0.113	1.61×10^{-5}	0.4
	512	77.2 ms	9.1 ms	0.055	0.0461	0.0461	0.0127	0.0845	4.21×10^{-5}	0.211
	1024	155 ms	9.82 ms	0.0362	0.0331	0.0257	0.008	0.0578	1.14×10^{-6}	0.172
	2048	553 ms	55 ms	0.0237	0.0212	0.0154	0.00792	0.0365	9.28×10^{-6}	0.103
	4096	2.07 s	162 ms	0.016	0.0139	0.00986	0.00652	0.0235	6.45×10^{-5}	0.0672
	8192	10 s	299 ms	0.0115	0.00885	0.00943	0.00551	0.0152	1.71×10^{-5}	0.052
0.1	2	53.5 ms	10 ms	441	1.02×10^{4}	1.05	0.34	3.38	0.00223	3.19×10^{5}
	4	52.3 ms	8.42 ms	4.14	51.5	0.776	0.269	1.59	3.25×10^{-4}	1550
	8	51.9 ms	8.3 ms	0.701	0.961	0.445	0.162	0.875	2.19×10^{-4}	10.4
	16	51.5 ms	8.72 ms	0.374	0.408	0.267	0.0801	0.549	1.59×10^{-4}	3.98
	32	51.3 ms	8.96 ms	0.221	0.219	0.134	0.0623	0.329	2.9×10^{-5}	1.37
	64	50.4 ms	8.63 ms	0.135	0.123	0.0913	0.0486	0.192	2.36×10^{-4}	0.751
	128	51.6 ms	9.23 ms	0.0897	0.0777	0.0737	0.0342	0.112	3.15×10^{-4}	0.514
	256	57.7 ms	9.51 ms	0.0711	0.0514	0.0651	0.0349	0.0953	1.18×10^{-4}	0.33
	512	78.6 ms	9.06 ms	0.0595	0.038	0.0581	0.0271	0.0891	2.45×10^{-4}	0.194
	1024	186 ms	13.1 ms	0.054	0.035	0.0507	0.0231	0.0919	3.41×10^{-4}	0.177
	2048	563 ms	56.3 ms	0.0499	0.0362	0.0397	0.0169	0.0945	3.53×10^{-5}	0.122
	4096	2.03 s	178 ms	0.0439	0.0379	0.0268	0.0121	0.0968	6.28×10^{-5}	0.1
	8192	9.95 s	265 ms	0.0402	0.0399	0.0192	0.00891	0.0985	2.38×10^{-6}	0.1
1	2	56.5 ms	8.71 ms	2.63×10^{4}	7.46×10^{5}	0.877	0.461	4.99	0.00623	2.35×10^{7}
	4	55.5 ms	8.86 ms	7.32	45.9	0.776	0.357	2.41	2.96×10^{-4}	1190
	8	54.5 ms	8.79 ms	1.23	3.35	0.588	0.251	1.09	1.52×10^{-4}	65
	16	54.2 ms	8.7 ms	0.632	0.712	0.442	0.208	0.827	0.00101	6.2
	32	54.2 ms	8.83 ms	0.387	0.356	0.28	0.135	0.528	2.24×10^{-4}	2.93
	64	54.6 ms	8.96 ms	0.292	0.271	0.206	0.101	0.376	2.36×10^{-5}	1.73
	128	56 ms	9.03 ms	0.214	0.241	0.143	0.0624	0.266	2.1×10^{-5}	1
	256	61.6 ms	9.63 ms	0.176	0.244	0.106	0.0497	0.182	1.39×10^{-5}	1
	512	81 ms	9.47 ms	0.121	0.206	0.0654	0.03	0.121	2×10^{-5}	1
	1024	160 ms	10.3 ms	0.106	0.216	0.0514	0.0256	0.087	8.36×10^{-6}	1
	2048	573 ms	55.7 ms	0.114	0.26	0.0355	0.0177	0.065	3.91×10^{-5}	1
	4096	2.38 s	231 ms	0.0788	0.221	0.0239	0.0113	0.0423	4.2×10^{-5}	1
	8192	10 s	487 ms	0.0743	0.226	0.0177	0.00822	0.03	1.68×10^{-5}	1
10	2	62 ms	10.9 ms	2.65×10^{4}	7.44×10^{5}	9.85	5.02	85.1	0.0101	2.35×10^{7}
	4	61.2 ms	10.6 ms	191	2940	8.25	3.6	39.2	0.00318	9.18×10^{4}
	8	59.7 ms	9.67 ms	16.2	38.1	5.21	2.45	14.6	0.00622	575
	16	59.9 ms	10.2 ms	7.64	12.7	3.72	1.74	7.47	0.00722	196
	32	60.1 ms	10.6 ms	4.02	4.53	2.78	1.38	4.72	0.00204	37.6
	64	60.3 ms	10.2 ms	2.56	2.35	2.07	0.968	3.26	0.00184	21
	128	60 ms	10.3 ms	1.68	1.46	1.3	0.623	2.3	2.46×10^{-4}	10.6
	256	66.3 ms	10.7 ms	1.14	0.973	0.938	0.392	1.63	1.53×10^{-4}	7.07
	512	84.7 ms	11.2 ms	0.783	0.615	0.653	0.306	1.11	3.73×10^{-4}	3.63
	1024	169 ms	16 ms	0.552	0.428	0.467	0.211	0.787	9.16×10^{-5}	2.48
	2048	516 ms	76 ms	0.396	0.307	0.328	0.162	0.553	0.00253	2.02
	4096	2.26 s	106 ms	0.287	0.215	0.244	0.114	0.427	2.23×10^{-4}	1.29
	8192	9.96 s	819 ms	0.198	0.152	0.166	0.0775	0.276	3.86×10^{-5}	0.781
100	2	57.6 ms	8.69 ms	3.7×10^{4}	6.06×10^{5}	84.4	47	606	0.108	1.79×10^{7}
	4	58.5 ms	9.46 ms	4970	1.11×10^{5}	75.5	35.9	327	0.421	3.32×10^{6}
	8	57.1 ms	9.12 ms	150	374	52.4	26	134	0.0228	5310
	16	57 ms	9.41 ms	68.5	98.1	38.1	18.4	72.4	0.0747	996
	32	56.9 ms	9.24 ms	41.5	45.7	27.6	13.3	51.1	0.0374	478
	64	56.7 ms	9.76 ms	25.9	25.2	19.6	9.25	34	0.13	268
	128	57.4 ms	9.25 ms	17.4	14.9	13.8	6.93	23.6	0.00296	115
	256	61.5 ms	9.82 ms	11.8	10.1	9.27	4.01	16.8	0.00661	73.1
	512	77.6 ms	9.78 ms	8.64	6.55	7.37	3.68	12.3	0.0234	41.3
	1024	152 ms	15.6 ms	5.99	4.49	5.05	2.33	8.65	0.0428	24.7
	2048	552 ms	20.4 ms	4.18	3.08	3.58	1.77	5.86	5.94×10^{-4}	19.3
	4096	2.11 s	95.6 ms	2.93	2.21	2.44	1.18	4.2	7.25×10^{-4}	14.6
	8192	8.68 s	677 ms	2.07	1.57	1.73	0.85	2.96	0.00869	8.34

Table 6: **Simulation study.** Results for estimator `median2`. Mean, standard deviation, median, [0.25, 0.75] quantile, min and max of absolute error.

κ	N	Computation time mean	Computation time std. dev	Error mean	Error std. dev.	Error median	Error 0.25	Error 0.75	Error min	Error max
0	2	26.3 ms	6.21 ms	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	4	26.5 ms	6.27 ms	0.252	0.711	0.141	0.103	0.221	0.0374	17.6
	8	26.7 ms	6.23 ms	0.333	0.146	0.294	0.247	0.373	0.135	1.35
	16	26.1 ms	6.08 ms	0.345	0.08	0.33	0.29	0.381	0.213	0.86
	32	26.5 ms	6.31 ms	0.335	0.0485	0.328	0.301	0.361	0.227	0.575
	64	26.3 ms	6.35 ms	0.326	0.0347	0.323	0.3	0.348	0.25	0.513
	128	26.5 ms	6.2 ms	0.318	0.0241	0.317	0.3	0.332	0.256	0.398
	256	26.6 ms	6.19 ms	0.312	0.0167	0.311	0.3	0.323	0.266	0.375
	512	26.2 ms	6.24 ms	0.309	0.0113	0.308	0.301	0.316	0.281	0.346
	1024	26.5 ms	6.21 ms	0.306	0.00854	0.306	0.3	0.312	0.283	0.337
	2048	26.8 ms	6.4 ms	0.306	0.00624	0.305	0.301	0.31	0.287	0.324
	4096	26.6 ms	6.32 ms	0.305	0.00436	0.305	0.302	0.308	0.291	0.319
	8192	27.9 ms	6.57 ms	0.305	0.00302	0.305	0.302	0.307	0.295	0.316
0.01	2	22.8 ms	5.33 ms	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	4	23 ms	5.12 ms	0.186	0.328	0.115	0.0798	0.184	0.0277	5.93
	8	23.2 ms	5.35 ms	0.311	0.132	0.278	0.228	0.359	0.123	1.41
	16	23.5 ms	5.55 ms	0.337	0.0778	0.322	0.285	0.368	0.191	0.824
	32	23.1 ms	5.26 ms	0.328	0.0529	0.32	0.29	0.357	0.22	0.657
	64	22.7 ms	5.07 ms	0.317	0.0345	0.316	0.292	0.339	0.23	0.433
	128	23 ms	5.28 ms	0.31	0.0249	0.308	0.293	0.324	0.243	0.422
	256	22.9 ms	5 ms	0.303	0.0172	0.302	0.292	0.315	0.251	0.361
	512	23.2 ms	5.25 ms	0.299	0.0115	0.299	0.292	0.306	0.267	0.337
	1024	23.1 ms	5.15 ms	0.297	0.00859	0.297	0.291	0.303	0.272	0.329
	2048	23.2 ms	5.06 ms	0.295	0.00611	0.295	0.291	0.3	0.274	0.313
	4096	23.8 ms	5.44 ms	0.295	0.00438	0.295	0.292	0.298	0.283	0.308
	8192	24.6 ms	5.57 ms	0.294	0.0033	0.294	0.292	0.297	0.284	0.305
0.1	2	23 ms	5.63 ms	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	4	23 ms	5.21 ms	0.126	0.373	0.0498	0.0269	0.112	9.77×10^{-6}	9.38
	8	23.4 ms	5.53 ms	0.227	0.146	0.188	0.138	0.261	0.0454	1.31
	16	23.2 ms	5.06 ms	0.253	0.0902	0.236	0.192	0.289	0.109	0.882
	32	23.3 ms	5.34 ms	0.244	0.0565	0.237	0.204	0.274	0.124	0.588
	64	22.8 ms	5.04 ms	0.231	0.0376	0.226	0.205	0.253	0.138	0.412
	128	23.3 ms	5.55 ms	0.222	0.0272	0.221	0.203	0.238	0.155	0.334
	256	23 ms	5.13 ms	0.219	0.0219	0.218	0.203	0.234	0.162	0.298
	512	23.1 ms	5.32 ms	0.215	0.0175	0.216	0.202	0.227	0.165	0.265
	1024	23.5 ms	5.31 ms	0.212	0.0152	0.213	0.201	0.223	0.167	0.258
	2048	23.6 ms	5.35 ms	0.212	0.0139	0.215	0.201	0.223	0.175	0.249
	4096	23.8 ms	5.31 ms	0.213	0.0125	0.216	0.205	0.222	0.181	0.235
	8192	24.5 ms	5.5 ms	0.213	0.0121	0.216	0.205	0.222	0.183	0.232
1	2	23.3 ms	5.44 ms	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	4	23.6 ms	5.27 ms	0.92	1.44	0.846	0.707	0.939	0.00372	29.8
	8	23.8 ms	5.36 ms	0.57	0.343	0.6	0.42	0.723	0.00163	6.34
	16	23.9 ms	5.57 ms	0.438	0.184	0.473	0.319	0.575	2.52×10^{-4}	1.47
	32	23.5 ms	5.25 ms	0.398	0.153	0.419	0.304	0.51	7.46×10^{-5}	0.769
	64	23.5 ms	5.32 ms	0.395	0.119	0.406	0.326	0.478	0.00628	0.722
	128	23.7 ms	5.41 ms	0.397	0.0876	0.402	0.34	0.455	0.0628	0.759
	256	23.3 ms	5.15 ms	0.399	0.065	0.398	0.357	0.442	0.182	0.61
	512	23.7 ms	5.45 ms	0.399	0.0507	0.396	0.364	0.43	0.229	0.605
	1024	23.6 ms	5.42 ms	0.395	0.0387	0.392	0.369	0.415	0.293	0.573
	2048	23.8 ms	5.38 ms	0.393	0.032	0.389	0.372	0.409	0.313	0.554
	4096	24.2 ms	5.36 ms	0.392	0.0263	0.388	0.376	0.402	0.333	0.546
	8192	24.8 ms	5.4 ms	0.391	0.0224	0.386	0.377	0.4	0.343	0.544
10	2	22.4 ms	5.13 ms	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	4	23 ms	5.17 ms	9.25	11.4	8.76	6.28	9.96	0.0177	244
	8	22.7 ms	4.91 ms	6.73	4.87	6.27	3.23	9.83	0.0217	52.7
	16	23.2 ms	5.2 ms	5.56	3.75	4.52	2.28	9.58	0.00478	23.6
	32	23 ms	5.11 ms	4.52	3.58	2.94	1.4	9.1	0.00622	10.3
	64	23.2 ms	5.09 ms	3.7	3.33	2.04	0.941	8.25	0.0156	8.46
	128	23.2 ms	5.03 ms	2.88	2.82	1.48	0.656	6.9	7.33×10^{-4}	7.31
	256	23.2 ms	5.15 ms	2.15	2.14	1.09	0.473	5.12	0.00307	5.91
	512	23.1 ms	5.06 ms	1.52	1.41	0.873	0.438	3.34	3.26×10^{-4}	4.53
	1024	22.9 ms	4.92 ms	1.09	0.874	0.762	0.391	2.08	0.00333	3.17
	2048	23.5 ms	5.35 ms	0.791	0.488	0.686	0.42	1.14	0.012	2.08
	4096	23.7 ms	5.24 ms	0.658	0.291	0.628	0.447	0.847	0.00161	1.54
	8192	24.1 ms	5.39 ms	0.584	0.178	0.575	0.456	0.703	0.0804	1.21
100	2	23.7 ms	5.82 ms	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	4	23.9 ms	5.48 ms	91.3	171	100	67.3	100	0.0532	5030
	8	23.9 ms	5.67 ms	73.7	41.6	99.8	39.3	99.8	8.2×10^{-4}	450
	16	23.6 ms	5.1 ms	64.1	39.1	99.6	25.7	99.6	0.0409	194
	32	23.6 ms	5.24 ms	58.2	40.8	51.9	16.7	99.2	0.00166	114
	64	23.5 ms	5.29 ms	53.6	42.4	32.4	12.2	98.3	0.0531	98.4
	128	23.6 ms	5.24 ms	49.9	43.5	23.3	7.56	96.6	0.0217	96.7
	256	23.4 ms	5.19 ms	46.6	43.1	15.8	5.68	93.4	0.0776	93.6
	512	23.7 ms	5.36 ms	42.3	41.2	11	3.87	87.5	0.00602	87.8
	1024	23.7 ms	5.46 ms	35.9	36.8	7.3	2.6	77.6	9.52×10^{-4}	78.2
	2048	23.7 ms	5.25 ms	28.3	30.1	4.82	1.86	63.2	0.00521	64.5
	4096	23.8 ms	5.31 ms	21.9	22.1	4.13	1.39	46.1	6.78×10^{-4}	47.8
	8192	24.7 ms	5.63 ms	13.9	14.2	2.75	0.968	29.8	0.00235	32

Table 7: **Simulation study.** Results for estimator `linear`. Mean, standard deviation, median, $[0.25, 0.75]$ quantile, min and max of absolute error.

κ	N	Computation time mean	Computation time std. dev	Error mean	Error std. dev.	Error median	Error 0.25	Error 0.75	Error min	Error max
0	2	24.3 ms	5.54 ms	0.273	0.166	0.274	0.12	0.427	6.69×10^{-6}	0.522
	4	23.7 ms	5.44 ms	0.391	0.923	0.195	0.115	0.328	0.0029	18.9
	8	24.2 ms	5.75 ms	0.258	0.296	0.157	0.0932	0.273	0.00578	2.57
	16	24.2 ms	5.58 ms	0.183	0.194	0.112	0.0636	0.213	0.00366	1.26
	32	24.1 ms	5.67 ms	0.133	0.138	0.0774	0.0443	0.156	0.00104	0.797
	64	24 ms	5.51 ms	0.102	0.0998	0.0611	0.036	0.129	0.00115	0.699
	128	24.1 ms	5.52 ms	0.0737	0.0737	0.0445	0.0246	0.0938	0.00105	0.406
	256	24 ms	5.59 ms	0.0507	0.0531	0.0285	0.0164	0.0631	0.00113	0.293
	512	24.2 ms	5.61 ms	0.0356	0.036	0.0212	0.0114	0.0473	6.5×10^{-4}	0.184
	1024	23.9 ms	5.47 ms	0.0269	0.0272	0.0154	0.00864	0.0356	2.69×10^{-4}	0.151
	2048	24 ms	5.59 ms	0.0198	0.0194	0.0119	0.00619	0.0262	4.74×10^{-4}	0.106
	4096	24.4 ms	5.82 ms	0.0137	0.0137	0.00791	0.00434	0.019	1.84×10^{-4}	0.0801
	8192	24.6 ms	5.8 ms	0.00962	0.00944	0.00574	0.00313	0.0128	8.8×10^{-5}	0.0562
0.01	2	24.3 ms	5.67 ms	0.269	0.165	0.269	0.117	0.419	9.77×10^{-5}	0.512
	4	24.2 ms	5.6 ms	0.389	0.713	0.189	0.107	0.331	3.82×10^{-4}	7.55
	8	23.7 ms	5.22 ms	0.246	0.283	0.144	0.079	0.296	0.00112	2.16
	16	23.9 ms	5.48 ms	0.18	0.2	0.108	0.0574	0.216	8.42×10^{-5}	1.44
	32	23.9 ms	5.49 ms	0.132	0.144	0.0755	0.0372	0.177	1.91×10^{-4}	1.06
	64	24 ms	5.53 ms	0.0952	0.102	0.0534	0.0251	0.126	5.56×10^{-5}	0.53
	128	24.1 ms	5.77 ms	0.0713	0.0831	0.0364	0.0144	0.0979	1.23×10^{-4}	0.475
	256	24.2 ms	5.51 ms	0.046	0.0554	0.0212	0.0085	0.065	2.37×10^{-6}	0.276
	512	24.1 ms	5.43 ms	0.0297	0.0372	0.012	0.00449	0.0408	4.25×10^{-5}	0.186
	1024	24.2 ms	5.57 ms	0.0203	0.0268	0.00742	0.00335	0.0277	1.3×10^{-5}	0.135
	2048	24.2 ms	5.66 ms	0.0138	0.0176	0.00639	0.00304	0.0167	6.32×10^{-7}	0.105
	4096	24.4 ms	5.58 ms	0.0102	0.011	0.0063	0.00336	0.011	2.6×10^{-5}	0.0582
	8192	24.2 ms	5.47 ms	0.00844	0.00713	0.00665	0.00417	0.00918	3.91×10^{-5}	0.0476
0.1	2	24.6 ms	5.8 ms	0.205	0.141	0.199	0.0674	0.34	2.52×10^{-4}	0.422
	4	24.5 ms	5.88 ms	0.311	0.699	0.11	0.0474	0.242	1.18×10^{-4}	10.8
	8	24.2 ms	5.78 ms	0.184	0.285	0.0672	0.0307	0.183	2.75×10^{-4}	1.89
	16	24 ms	5.5 ms	0.145	0.206	0.0608	0.03	0.154	8.56×10^{-5}	1.36
	32	24.2 ms	5.62 ms	0.109	0.13	0.0597	0.0342	0.122	1.21×10^{-4}	0.971
	64	24.1 ms	5.61 ms	0.0862	0.0843	0.063	0.0381	0.0869	2.73×10^{-4}	0.534
	128	24.2 ms	5.69 ms	0.0736	0.0542	0.0658	0.0433	0.0847	4.54×10^{-4}	0.375
	256	24.2 ms	5.75 ms	0.0665	0.0387	0.0681	0.0407	0.0846	3.34×10^{-6}	0.282
	512	24.1 ms	5.72 ms	0.0544	0.0332	0.0542	0.0257	0.0802	1.36×10^{-4}	0.208
	1024	24.1 ms	5.62 ms	0.0399	0.0296	0.0338	0.0145	0.0617	2.48×10^{-5}	0.146
	2048	24.2 ms	5.69 ms	0.0277	0.0218	0.0225	0.0104	0.0399	3.41×10^{-5}	0.102
	4096	24.1 ms	5.53 ms	0.0182	0.0141	0.0146	0.00725	0.0263	6.76×10^{-5}	0.076
	8192	24.5 ms	5.69 ms	0.0132	0.00969	0.0112	0.00533	0.0193	7.38×10^{-6}	0.0631
1	2	24.6 ms	6.06 ms	3.72×10^{5}	1.18×10^{7}	0.652	0.526	0.818	0.478	3.72×10^{8}
	4	24.5 ms	5.91 ms	1.05	2.09	0.755	0.549	0.87	0.00557	31.1
	8	24 ms	5.62 ms	0.598	0.49	0.593	0.295	0.815	5.95×10^{-4}	7.07
	16	23.8 ms	5.57 ms	0.415	0.293	0.359	0.181	0.606	0.001	2.17
	32	23.8 ms	5.57 ms	0.271	0.206	0.234	0.109	0.383	6.22×10^{-4}	1.29
	64	23.9 ms	5.68 ms	0.178	0.138	0.15	0.0694	0.256	4.15×10^{-4}	0.848
	128	24 ms	5.66 ms	0.122	0.0922	0.101	0.0522	0.175	2.67×10^{-4}	0.587
	256	23.7 ms	5.52 ms	0.0843	0.0652	0.0693	0.033	0.123	1.25×10^{-4}	0.3
	512	24 ms	5.74 ms	0.0598	0.0459	0.0483	0.0235	0.0873	8.31×10^{-5}	0.244
	1024	23.9 ms	5.54 ms	0.0417	0.0321	0.0361	0.0159	0.0595	4.68×10^{-5}	0.17
	2048	23.8 ms	5.35 ms	0.0305	0.0226	0.0262	0.0121	0.0441	5.19×10^{-5}	0.118
	4096	24.2 ms	5.67 ms	0.0207	0.0158	0.0176	0.00791	0.0298	1.79×10^{-5}	0.0945
	8192	24.3 ms	5.6 ms	0.0147	0.011	0.0124	0.00575	0.0212	1.72×10^{-5}	0.0636
10	2	25 ms	5.79 ms	1.99×10^{5}	6.3×10^{6}	9.49	9.48	9.52	9.48	1.99×10^{8}
	4	24.7 ms	5.96 ms	7.76	14.9	5.19	3.34	7.01	0.00459	245
	8	24.1 ms	5.45 ms	4.67	6.22	3.49	1.89	5.15	0.00539	96.6
	16	24.3 ms	5.65 ms	3.01	2.98	2.42	1.27	3.8	0.00795	42.2
	32	24.2 ms	5.6 ms	1.97	1.6	1.66	0.813	2.74	0.00136	15
	64	24.3 ms	5.58 ms	1.38	1.13	1.14	0.513	1.99	9.76×10^{-5}	8.3
	128	24.3 ms	5.81 ms	0.953	0.745	0.785	0.368	1.38	0.00238	4.65
	256	24.3 ms	5.66 ms	0.668	0.518	0.574	0.269	0.961	0.00134	3.63
	512	23.9 ms	5.29 ms	0.481	0.353	0.427	0.194	0.691	1.54×10^{-4}	1.89
	1024	24.2 ms	5.67 ms	0.331	0.249	0.282	0.134	0.471	1.29×10^{-4}	1.34
	2048	24.4 ms	5.56 ms	0.233	0.173	0.197	0.0974	0.334	0.00113	1.08
	4096	24.8 ms	5.86 ms	0.163	0.122	0.138	0.0686	0.233	1.11×10^{-4}	0.709
	8192	24.8 ms	5.7 ms	0.117	0.0878	0.0971	0.0492	0.172	3.87×10^{-5}	0.527
100	2	25.9 ms	5.93 ms	5.18×10^{4}	1.28×10^{6}	99.5	99.5	99.5	99.5	3.84×10^{7}
	4	25.6 ms	6.03 ms	82	204	65.8	42.7	79.4	0.0543	5030
	8	25.3 ms	5.8 ms	47.9	57.6	38.2	20.7	56.1	0.0915	942
	16	25.3 ms	5.79 ms	30.6	27.6	25.1	13	41.2	0.0041	339
	32	24.9 ms	5.53 ms	21.4	18	17.4	8.69	28.5	0.0265	129
	64	24.8 ms	5.43 ms	14.7	11.6	12.5	5.92	20.9	9.16×10^{-4}	91.7
	128	25.4 ms	6.18 ms	10.1	8.11	8.26	3.86	14.3	0.0121	51.9
	256	25.4 ms	5.9 ms	7.2	5.61	6.14	2.85	10.3	0.00275	47
	512	25.3 ms	5.88 ms	4.96	3.88	4.31	1.77	7.3	0.0127	27
	1024	24.9 ms	5.61 ms	3.43	2.59	2.91	1.37	4.83	0.0198	14.2
	2048	25.2 ms	5.74 ms	2.55	1.86	2.17	1.07	3.66	7.37×10^{-4}	10.6
	4096	25.4 ms	5.82 ms	1.83	1.41	1.47	0.742	2.65	0.00109	8.48
	8192	25.5 ms	5.76 ms	1.28	1.01	1.05	0.494	1.82	0.00355	5.87

Table 8: **Simulation study.** Results for estimator `MML-2`. Mean, standard deviation, median, $[0.25, 0.75]$ quantile, min and max of absolute error.

κ	N	Computation time mean	Computation time std. dev	Error mean	std. dev.	median	0.25	0.75	min	max
0	2	23 ms	4.45 ms	0.501	0.33	0.471	0.203	0.781	6.69×10^{-6}	1.07
	4	22.5 ms	4.27 ms	0.629	0.946	0.426	0.256	0.673	0.00665	18.9
	8	22.7 ms	4.22 ms	0.472	0.32	0.404	0.258	0.585	0.0167	2.65
	16	22.6 ms	4.3 ms	0.358	0.212	0.325	0.205	0.466	0.0125	1.33
	32	22.7 ms	4.45 ms	0.269	0.15	0.244	0.157	0.352	0.004	0.855
	64	22.6 ms	4.31 ms	0.209	0.106	0.195	0.132	0.272	0.00473	0.733
	128	22.5 ms	4.28 ms	0.152	0.0774	0.144	0.0934	0.198	0.00451	0.44
	256	22.4 ms	4.11 ms	0.105	0.0568	0.0969	0.0636	0.139	0.00462	0.318
	512	22.3 ms	3.86 ms	0.075	0.0392	0.0711	0.0451	0.101	0.00281	0.204
	1024	22.3 ms	3.98 ms	0.055	0.0286	0.0515	0.0338	0.0727	0.00108	0.164
	2048	22.4 ms	4.04 ms	0.0399	0.0203	0.0384	0.0243	0.0522	0.0019	0.115
	4096	22.6 ms	4.19 ms	0.028	0.0143	0.0262	0.017	0.0372	2.2×10^{-4}	0.0861
	8192	22.9 ms	4.35 ms	0.0198	0.00995	0.0188	0.0121	0.0259	2.87×10^{-4}	0.0604
0.01	2	24.3 ms	5.61 ms	0.504	0.33	0.47	0.206	0.776	6.23×10^{-4}	1.06
	4	24 ms	5.81 ms	0.629	0.751	0.424	0.253	0.686	4.68×10^{-4}	7.65
	8	23.9 ms	5.6 ms	0.458	0.314	0.388	0.237	0.612	0.00692	2.25
	16	24.2 ms	5.69 ms	0.358	0.214	0.327	0.206	0.468	0.00115	1.5
	32	24.1 ms	5.81 ms	0.271	0.152	0.251	0.156	0.366	0.00147	1.1
	64	23.7 ms	5.43 ms	0.202	0.107	0.189	0.119	0.266	0.00507	0.577
	128	23.8 ms	5.48 ms	0.147	0.0849	0.137	0.0829	0.196	2×10^{-4}	0.502
	256	23.8 ms	5.72 ms	0.101	0.0573	0.0924	0.0604	0.137	1.31×10^{-4}	0.301
	512	23.8 ms	5.47 ms	0.0681	0.0399	0.0628	0.0387	0.0929	5.83×10^{-4}	0.205
	1024	23.8 ms	5.46 ms	0.0463	0.0291	0.0431	0.0237	0.064	3.03×10^{-5}	0.148
	2048	23.7 ms	5.36 ms	0.0301	0.0205	0.0275	0.0137	0.0424	3.62×10^{-5}	0.113
	4096	23.9 ms	5.54 ms	0.0193	0.0139	0.0173	0.00745	0.0284	3.25×10^{-5}	0.0651
	8192	24.2 ms	5.74 ms	0.0128	0.00962	0.0107	0.00487	0.019	2.9×10^{-5}	0.0517
0.1	2	24.7 ms	5.76 ms	0.44	0.31	0.419	0.148	0.713	0.00107	0.972
	4	24.1 ms	5.61 ms	0.548	0.736	0.356	0.185	0.598	1.11×10^{-4}	10.9
	8	24.1 ms	5.72 ms	0.373	0.322	0.287	0.151	0.497	1.94×10^{-4}	1.99
	16	24 ms	5.49 ms	0.293	0.228	0.252	0.117	0.401	5.94×10^{-4}	1.42
	32	24.4 ms	6.05 ms	0.204	0.156	0.179	0.0742	0.299	7.64×10^{-6}	1.01
	64	23.8 ms	5.54 ms	0.134	0.108	0.11	0.0466	0.193	6.84×10^{-5}	0.573
	128	23.7 ms	5.42 ms	0.0883	0.0734	0.0691	0.0318	0.125	4.3×10^{-5}	0.403
	256	23.4 ms	5.29 ms	0.0638	0.0517	0.0523	0.0238	0.0903	4.03×10^{-5}	0.3
	512	23.9 ms	5.55 ms	0.047	0.0363	0.0403	0.0179	0.0677	3.79×10^{-5}	0.22
	1024	23.9 ms	5.5 ms	0.034	0.0259	0.0286	0.0146	0.0481	8.8×10^{-5}	0.153
	2048	23.8 ms	5.4 ms	0.0248	0.019	0.021	0.00951	0.0359	5.81×10^{-6}	0.107
	4096	24.3 ms	5.59 ms	0.0174	0.0132	0.0145	0.00707	0.0256	2.81×10^{-6}	0.0676
	8192	24.3 ms	5.52 ms	0.0131	0.00949	0.0115	0.00564	0.0192	2.73×10^{-5}	0.0568
1	2	25 ms	5.74 ms	3.79×10^{5}	1.2×10^{7}	0.389	0.0971	0.69	7.93×10^{-4}	3.79×10^{8}
	4	24.5 ms	5.51 ms	0.922	2.13	0.538	0.293	0.775	5.39×10^{-4}	31.1
	8	24.5 ms	5.46 ms	0.465	0.506	0.363	0.177	0.619	2.04×10^{-4}	7.1
	16	24.1 ms	5.26 ms	0.341	0.268	0.291	0.136	0.482	3.93×10^{-4}	2.2
	32	24.1 ms	5.1 ms	0.243	0.19	0.209	0.0979	0.341	2.52×10^{-4}	1.3
	64	24.3 ms	5.53 ms	0.17	0.133	0.146	0.062	0.241	9.5×10^{-5}	0.859
	128	24 ms	5.24 ms	0.119	0.0906	0.101	0.0469	0.172	3.39×10^{-4}	0.593
	256	24.3 ms	5.5 ms	0.0834	0.0646	0.067	0.0315	0.121	6.53×10^{-5}	0.304
	512	24.1 ms	5.29 ms	0.0594	0.0458	0.0483	0.0229	0.0864	7.49×10^{-5}	0.246
	1024	24.3 ms	5.54 ms	0.0416	0.032	0.0362	0.0161	0.0597	1.16×10^{-4}	0.171
	2048	24.3 ms	5.49 ms	0.0305	0.0226	0.0262	0.012	0.0438	4.51×10^{-5}	0.118
	4096	24.5 ms	5.31 ms	0.0207	0.0158	0.0177	0.00809	0.0297	2.62×10^{-7}	0.0948
	8192	24.7 ms	5.42 ms	0.0147	0.011	0.0124	0.00589	0.0212	2.5×10^{-5}	0.0638
10	2	24.8 ms	5.88 ms	1.95×10^{5}	6.17×10^{6}	8.99	8.94	9.08	8.93	1.95×10^{8}
	4	24.3 ms	5.69 ms	7.66	14.9	5.08	3.23	6.84	0.0203	245
	8	24 ms	5.49 ms	4.65	6.22	3.47	1.88	5.13	1.99×10^{-4}	96.6
	16	24.4 ms	5.75 ms	3	2.99	2.42	1.26	3.79	0.00333	42.2
	32	24.2 ms	5.69 ms	1.97	1.6	1.65	0.807	2.73	0.00466	15
	64	24.1 ms	5.55 ms	1.38	1.13	1.14	0.512	1.99	0.00131	8.3
	128	24.1 ms	5.7 ms	0.953	0.745	0.786	0.367	1.38	0.00259	4.65
	256	24.1 ms	5.73 ms	0.668	0.518	0.573	0.27	0.962	6.09×10^{-4}	3.63
	512	24.2 ms	5.61 ms	0.481	0.353	0.427	0.194	0.692	1.53×10^{-4}	1.89
	1024	24.1 ms	5.62 ms	0.331	0.249	0.282	0.134	0.471	1.48×10^{-6}	1.34
	2048	24.1 ms	5.54 ms	0.233	0.173	0.197	0.0973	0.334	0.00107	1.08
	4096	24.5 ms	5.8 ms	0.163	0.122	0.138	0.0687	0.233	5.06×10^{-5}	0.709
	8192	24.4 ms	5.59 ms	0.117	0.0878	0.0971	0.0492	0.172	2.19×10^{-5}	0.527
100	2	28.5 ms	6.7 ms	5.18×10^{4}	1.28×10^{6}	98.9	98.9	98.9	98.9	3.84×10^{7}
	4	28.4 ms	6.66 ms	82	204	65.8	42.7	79.4	5.83×10^{-4}	5030
	8	27.4 ms	6.33 ms	47.9	57.6	38.2	20.7	56.1	0.0879	942
	16	27.6 ms	6.37 ms	30.6	27.6	25.1	13	41.2	0.0041	339
	32	27.7 ms	6.36 ms	21.4	18	17.4	8.69	28.5	0.0269	129
	64	27.3 ms	6.26 ms	14.7	11.6	12.5	5.92	20.9	6.86×10^{-4}	91.7
	128	27.5 ms	6.46 ms	10.1	8.11	8.26	3.86	14.3	0.0121	51.9
	256	27.4 ms	6.36 ms	7.2	5.61	6.14	2.85	10.3	0.00282	47
	512	27.4 ms	6.22 ms	4.96	3.88	4.31	1.77	7.3	0.0128	27
	1024	27.3 ms	6.42 ms	3.43	2.59	2.91	1.37	4.83	0.0197	14.2
	2048	27.6 ms	6.3 ms	2.55	1.86	2.17	1.07	3.66	7.37×10^{-4}	10.6
	4096	27.8 ms	6.19 ms	1.83	1.41	1.47	0.742	2.65	0.00109	8.48
	8192	27.9 ms	6.35 ms	1.28	1.01	1.05	0.494	1.82	0.00355	5.87

Table 9: **Simulation study.** Results for estimator `MML-3`. Mean, standard deviation, median, $[0.25, 0.75]$ quantile, min and max of absolute error.

κ	N	Computation time		Error						
		mean	std. dev	mean	std. dev.	median	0.25	0.75	min	max
0	2	23.7 ms	5.43 ms	0.582	0.375	0.559	0.238	0.922	6.69×10^{-6}	1.18
	4	23.6 ms	5.35 ms	0.609	0.525	0.478	0.289	0.746	0.00749	5.81
	8	23.6 ms	5.29 ms	0.497	0.316	0.434	0.278	0.623	0.018	2.36
	16	23.5 ms	5.19 ms	0.372	0.216	0.339	0.215	0.485	0.0132	1.33
	32	23.5 ms	5.22 ms	0.275	0.152	0.251	0.161	0.361	0.00412	0.865
	64	23.3 ms	5.11 ms	0.212	0.107	0.197	0.134	0.275	0.00479	0.739
	128	23.6 ms	5.46 ms	0.153	0.0779	0.145	0.0941	0.199	0.00451	0.442
	256	23.5 ms	5.3 ms	0.106	0.0569	0.0973	0.0639	0.14	0.00462	0.319
	512	23.3 ms	5.19 ms	0.0751	0.0393	0.0713	0.0451	0.101	0.00281	0.205
	1024	23.6 ms	5.4 ms	0.055	0.0286	0.0515	0.0338	0.0728	0.00108	0.164
	2048	23.4 ms	5.17 ms	0.0399	0.0203	0.0384	0.0243	0.0522	0.0019	0.115
	4096	23.7 ms	5.39 ms	0.028	0.0143	0.0262	0.017	0.0372	2.2×10^{-4}	0.0861
	8192	23.6 ms	5.22 ms	0.0198	0.00995	0.0188	0.0121	0.0259	2.87×10^{-4}	0.0604
0.01	2	24 ms	5.64 ms	0.586	0.374	0.559	0.243	0.917	2.42×10^{-4}	1.17
	4	23.9 ms	5.88 ms	0.616	0.518	0.477	0.285	0.76	0.0018	3.84
	8	24 ms	5.65 ms	0.483	0.312	0.418	0.257	0.652	0.0083	2.06
	16	23.6 ms	5.4 ms	0.373	0.218	0.342	0.216	0.487	7.15×10^{-4}	1.49
	32	23.8 ms	5.48 ms	0.278	0.155	0.258	0.161	0.374	0.00128	1.11
	64	23.5 ms	5.36 ms	0.205	0.108	0.192	0.121	0.27	0.00532	0.583
	128	23.4 ms	5.25 ms	0.148	0.0855	0.138	0.0835	0.198	2.67×10^{-4}	0.505
	256	23.5 ms	5.52 ms	0.102	0.0575	0.0928	0.0607	0.137	6.79×10^{-5}	0.302
	512	23.3 ms	5.26 ms	0.0683	0.04	0.0629	0.0388	0.0931	5.83×10^{-4}	0.205
	1024	23.8 ms	5.58 ms	0.0463	0.0292	0.0431	0.0237	0.0641	3.28×10^{-5}	0.148
	2048	23.8 ms	5.45 ms	0.0301	0.0205	0.0275	0.0137	0.0424	3.62×10^{-5}	0.113
	4096	23.7 ms	5.23 ms	0.0193	0.0139	0.0173	0.00745	0.0284	3.25×10^{-5}	0.0651
	8192	23.7 ms	5.36 ms	0.0128	0.00962	0.0107	0.00487	0.019	2.9×10^{-5}	0.0517
0.1	2	24.1 ms	5.59 ms	0.525	0.354	0.516	0.19	0.855	4.3×10^{-4}	1.08
	4	23.8 ms	5.65 ms	0.539	0.496	0.411	0.221	0.671	1.55×10^{-4}	4.48
	8	23.7 ms	5.53 ms	0.397	0.319	0.317	0.172	0.536	3.73×10^{-4}	1.84
	16	23.6 ms	5.4 ms	0.307	0.231	0.267	0.127	0.421	3.79×10^{-4}	1.4
	32	23.4 ms	5.27 ms	0.211	0.158	0.186	0.0789	0.308	6.72×10^{-4}	1.02
	64	23.7 ms	5.59 ms	0.136	0.11	0.113	0.047	0.197	5.25×10^{-4}	0.578
	128	23.8 ms	5.8 ms	0.0893	0.0741	0.0694	0.0319	0.127	1.03×10^{-4}	0.406
	256	23.5 ms	5.46 ms	0.0642	0.052	0.0524	0.0241	0.0907	2.17×10^{-5}	0.301
	512	23.7 ms	5.23 ms	0.0472	0.0364	0.0405	0.018	0.0679	8.45×10^{-5}	0.22
	1024	23.6 ms	5.4 ms	0.0341	0.0259	0.0286	0.0145	0.0482	7.77×10^{-6}	0.153
	2048	23.7 ms	5.46 ms	0.0248	0.0191	0.021	0.00945	0.0359	1.75×10^{-5}	0.107
	4096	23.8 ms	5.42 ms	0.0174	0.0132	0.0145	0.00707	0.0256	2.81×10^{-6}	0.0676
	8192	24.2 ms	5.51 ms	0.0131	0.00949	0.0115	0.00564	0.0192	2.73×10^{-5}	0.0568
1	2	24.3 ms	5.47 ms	0.377	0.296	0.272	0.13	0.631	1.68×10^{-4}	1
	4	24.3 ms	5.52 ms	0.582	0.632	0.478	0.246	0.706	0.00143	6.29
	8	24.1 ms	5.45 ms	0.421	0.42	0.332	0.164	0.585	0.00147	5.68
	16	24.2 ms	5.59 ms	0.326	0.255	0.28	0.132	0.463	2.84×10^{-4}	2
	32	24.4 ms	5.59 ms	0.238	0.187	0.203	0.0924	0.332	2.52×10^{-4}	1.26
	64	24.1 ms	5.36 ms	0.168	0.132	0.144	0.0613	0.237	2.8×10^{-4}	0.848
	128	24.1 ms	5.43 ms	0.118	0.0902	0.101	0.0463	0.173	1.54×10^{-4}	0.59
	256	24.1 ms	5.42 ms	0.0832	0.0644	0.0671	0.0312	0.121	5.12×10^{-4}	0.304
	512	24.5 ms	5.66 ms	0.0593	0.0457	0.0484	0.0227	0.086	1.03×10^{-5}	0.246
	1024	24.2 ms	5.39 ms	0.0416	0.0319	0.036	0.016	0.0599	1.84×10^{-5}	0.171
	2048	24.2 ms	5.49 ms	0.0305	0.0226	0.0262	0.012	0.0438	9.67×10^{-7}	0.118
	4096	24.5 ms	5.55 ms	0.0207	0.0158	0.0177	0.00809	0.0297	2.62×10^{-7}	0.0949
	8192	24.7 ms	5.71 ms	0.0147	0.011	0.0124	0.00589	0.0212	5.83×10^{-5}	0.0638
10	2	23.9 ms	5.25 ms	8.9	0.103	8.86	8.83	8.94	8.82	9.43
	4	23.6 ms	5.33 ms	6.23	1.59	6.63	5.63	7.31	0.0069	9
	8	23.8 ms	5.21 ms	4.54	4.55	4.11	2.4	5.58	0.00715	75.5
	16	23.9 ms	5.52 ms	2.99	2.63	2.68	1.31	3.99	0.00487	38.2
	32	24.1 ms	5.48 ms	1.97	1.51	1.76	0.86	2.78	0.00196	14.2
	64	23.8 ms	5.3 ms	1.38	1.1	1.16	0.534	1.98	5.21×10^{-4}	8.01
	128	23.5 ms	5.3 ms	0.949	0.735	0.788	0.37	1.39	8.88×10^{-4}	4.53
	256	23.7 ms	5.3 ms	0.665	0.514	0.578	0.273	0.957	0.0021	3.58
	512	23.9 ms	5.61 ms	0.48	0.351	0.423	0.195	0.682	6.44×10^{-4}	1.87
	1024	23.9 ms	5.45 ms	0.33	0.249	0.28	0.129	0.474	7.4×10^{-4}	1.33
	2048	23.6 ms	5.06 ms	0.233	0.173	0.196	0.097	0.334	6.45×10^{-5}	1.08
	4096	23.8 ms	5.34 ms	0.163	0.122	0.138	0.0692	0.234	4.34×10^{-4}	0.711
	8192	24 ms	5.31 ms	0.117	0.0878	0.0967	0.0487	0.172	2.66×10^{-4}	0.526
100	2	25.7 ms	5.73 ms	98.8	0.0132	98.8	98.8	98.8	98.8	98.9
	4	25.2 ms	5.74 ms	90.5	5.09	91.8	89.3	93.4	26	96.5
	8	25.1 ms	5.68 ms	47.1	42.3	44.9	26	59.8	0.23	734
	16	25.2 ms	5.71 ms	30	24.1	26.3	14.3	40	0.00708	306
	32	25.3 ms	5.95 ms	21	16.9	17.7	8.49	29.5	0.0466	121
	64	24.9 ms	5.58 ms	14.6	11.3	12.6	6	20.9	0.0299	88.5
	128	24.8 ms	5.43 ms	10	7.96	8.37	3.89	14.5	0.0254	50.7
	256	24.9 ms	5.46 ms	7.2	5.55	6.11	2.95	10.3	0.00885	46.4
	512	25.1 ms	5.69 ms	4.95	3.86	4.27	1.78	7.18	8.98×10^{-4}	26.8
	1024	25.3 ms	5.76 ms	3.43	2.58	2.92	1.39	4.85	0.00656	14.1
	2048	25.5 ms	5.81 ms	2.56	1.86	2.16	1.07	3.65	0.00967	10.5
	4096	25.2 ms	5.63 ms	1.83	1.41	1.48	0.732	2.65	0.00555	8.45
	8192	25.3 ms	5.77 ms	1.28	1.01	1.05	0.484	1.82	0.00436	5.86

Table 10: **Simulation study.** Results for estimator `BayesEst-2-km`. Mean, standard deviation, median, $[0.25, 0.75]$ quantile, min and max of absolute error.

κ	N	Computation time		Error						
		mean	std. dev	mean	std. dev.	median	0.25	0.75	min	max
0	2	22.7 ms	4.18 ms	1.06	0.367	0.998	0.713	1.38	0.554	1.68
	4	22.9 ms	4.5 ms	0.935	0.479	0.803	0.657	1.03	0.481	6.19
	8	22.7 ms	4.32 ms	0.732	0.259	0.669	0.556	0.819	0.4	2.44
	16	22.6 ms	4 ms	0.551	0.168	0.516	0.43	0.629	0.313	1.39
	32	22.8 ms	4.4 ms	0.41	0.116	0.385	0.323	0.469	0.233	0.913
	64	22.8 ms	4.38 ms	0.308	0.0821	0.293	0.248	0.353	0.172	0.77
	128	22.6 ms	4.01 ms	0.223	0.0601	0.214	0.178	0.256	0.125	0.471
	256	22.4 ms	3.92 ms	0.157	0.0439	0.148	0.125	0.181	0.0898	0.34
	512	22.6 ms	4.21 ms	0.112	0.0302	0.107	0.0886	0.13	0.0636	0.222
	1024	22.8 ms	4.32 ms	0.0808	0.0222	0.0767	0.0641	0.0935	0.0446	0.175
	2048	22.4 ms	3.81 ms	0.0579	0.0158	0.0558	0.0456	0.0667	0.0322	0.123
	4096	22.6 ms	4.03 ms	0.0408	0.0112	0.0388	0.0322	0.0475	0.0222	0.0914
	8192	23 ms	4.08 ms	0.0288	0.00774	0.0276	0.0228	0.0332	0.0158	0.0642
0.01	2	24 ms	5.35 ms	1.06	0.368	0.999	0.715	1.38	0.544	1.67
	4	23.6 ms	5.3 ms	0.94	0.466	0.8	0.652	1.04	0.474	4.1
	8	24 ms	5.51 ms	0.719	0.253	0.654	0.538	0.841	0.391	2.15
	16	23.8 ms	5.21 ms	0.549	0.171	0.516	0.427	0.628	0.3	1.54
	32	24.2 ms	5.81 ms	0.41	0.12	0.387	0.319	0.478	0.225	1.14
	64	24 ms	5.55 ms	0.301	0.0833	0.286	0.236	0.347	0.161	0.622
	128	24.1 ms	5.7 ms	0.218	0.0669	0.206	0.167	0.253	0.115	0.529
	256	24.2 ms	5.93 ms	0.152	0.0449	0.142	0.119	0.177	0.0794	0.323
	512	24.1 ms	5.6 ms	0.104	0.0311	0.0984	0.0811	0.122	0.0527	0.221
	1024	23.9 ms	5.3 ms	0.0717	0.0229	0.068	0.054	0.0845	0.035	0.159
	2048	23.9 ms	5.41 ms	0.0479	0.0164	0.0452	0.0352	0.0569	0.0224	0.12
	4096	23.9 ms	5.34 ms	0.0313	0.0116	0.0296	0.0222	0.0385	0.0125	0.0711
	8192	24.7 ms	5.8 ms	0.0204	0.00857	0.0191	0.0139	0.0258	0.00616	0.0555
0.1	2	24.2 ms	5.66 ms	0.989	0.36	0.955	0.655	1.32	0.455	1.58
	4	23.9 ms	5.51 ms	0.857	0.449	0.73	0.581	0.952	0.386	4.79
	8	24.2 ms	5.8 ms	0.631	0.263	0.556	0.452	0.729	0.295	1.93
	16	23.8 ms	5.43 ms	0.476	0.188	0.437	0.338	0.558	0.214	1.45
	32	24.2 ms	5.63 ms	0.334	0.129	0.311	0.234	0.407	0.133	1.05
	64	23.7 ms	5.21 ms	0.221	0.0946	0.204	0.151	0.271	0.0791	0.612
	128	23.9 ms	5.49 ms	0.14	0.0706	0.128	0.0878	0.179	0.0238	0.431
	256	23.7 ms	5.52 ms	0.0881	0.0566	0.0796	0.0448	0.124	4.36×10^{-6}	0.318
	512	24.1 ms	5.81 ms	0.0552	0.0411	0.0466	0.0223	0.0808	6.08×10^{-5}	0.231
	1024	23.8 ms	5.28 ms	0.0361	0.0279	0.0317	0.0148	0.0497	1.75×10^{-4}	0.161
	2048	23.8 ms	5.25 ms	0.0254	0.0196	0.0206	0.0102	0.0364	8.02×10^{-5}	0.111
	4096	24.1 ms	5.57 ms	0.0177	0.0133	0.0155	0.007	0.0255	4.36×10^{-5}	0.0704
	8192	24 ms	5.42 ms	0.0133	0.00952	0.0118	0.00551	0.0193	5.97×10^{-5}	0.0517
1	2	24.6 ms	5.91 ms	0.348	0.204	0.335	0.177	0.524	3.57×10^{-4}	0.684
	4	24.1 ms	5.44 ms	0.5	0.719	0.281	0.152	0.495	0.00114	6.72
	8	24.1 ms	5.53 ms	0.361	0.429	0.256	0.122	0.44	8.8×10^{-4}	5.73
	16	24 ms	5.29 ms	0.292	0.252	0.237	0.107	0.397	1.48×10^{-4}	2.04
	32	24.3 ms	5.55 ms	0.223	0.184	0.181	0.0845	0.316	6.29×10^{-4}	1.28
	64	24.2 ms	5.47 ms	0.162	0.13	0.136	0.0612	0.226	7.56×10^{-5}	0.858
	128	23.8 ms	5.32 ms	0.117	0.0893	0.1	0.0448	0.168	1.14×10^{-4}	0.596
	256	23.6 ms	5.01 ms	0.0825	0.0641	0.067	0.032	0.119	5.1×10^{-4}	0.308
	512	24.1 ms	5.59 ms	0.0589	0.0457	0.0494	0.0233	0.0857	3.03×10^{-5}	0.248
	1024	23.9 ms	5.38 ms	0.0415	0.0319	0.0357	0.017	0.0595	8.17×10^{-5}	0.172
	2048	24.1 ms	5.45 ms	0.0305	0.0226	0.0259	0.012	0.0437	3.62×10^{-5}	0.119
	4096	24 ms	5.19 ms	0.0207	0.0158	0.0178	0.00818	0.0296	5.6×10^{-5}	0.0951
	8192	24.1 ms	5.36 ms	0.0147	0.011	0.0125	0.00597	0.0212	1.87×10^{-5}	0.064
10	2	24.2 ms	5.3 ms	8.41	0.118	8.37	8.33	8.46	8.32	8.99
	4	24 ms	5.51 ms	5.99	1.6	6.38	5.33	7.09	0.092	8.74
	8	24.3 ms	5.77 ms	4.5	4.55	4.05	2.38	5.51	0.003	75.5
	16	24 ms	5.64 ms	2.98	2.63	2.66	1.31	3.98	0.00344	38.2
	32	23.9 ms	5.31 ms	1.97	1.51	1.75	0.855	2.78	2.28×10^{-4}	14.2
	64	23.6 ms	5.35 ms	1.38	1.1	1.15	0.531	1.98	0.00117	8.01
	128	24 ms	5.51 ms	0.948	0.734	0.787	0.369	1.39	1.88×10^{-4}	4.53
	256	23.5 ms	5.1 ms	0.665	0.514	0.578	0.272	0.957	0.00137	3.58
	512	23.9 ms	5.42 ms	0.48	0.351	0.423	0.195	0.682	0.00101	1.87
	1024	24.1 ms	5.5 ms	0.33	0.249	0.28	0.129	0.473	4.97×10^{-4}	1.33
	2048	24.3 ms	5.64 ms	0.233	0.173	0.196	0.0969	0.334	3.81×10^{-6}	1.08
	4096	24.2 ms	5.62 ms	0.163	0.122	0.138	0.0692	0.234	4.94×10^{-4}	0.711
	8192	24.5 ms	5.58 ms	0.117	0.0878	0.0967	0.0488	0.172	2.66×10^{-4}	0.526
100	2	25.9 ms	6.12 ms	98.3	0.0158	98.3	98.3	98.3	98.3	98.4
	4	25.4 ms	5.8 ms	90	5.18	91.3	88.8	93	25.1	96.2
	8	25.3 ms	5.91 ms	47.1	42.3	44.9	26	59.8	0.225	734
	16	25.1 ms	5.73 ms	30	24.1	26.3	14.3	40	0.00542	306
	32	24.9 ms	5.87 ms	21	16.9	17.7	8.49	29.5	0.0458	121
	64	24.9 ms	5.68 ms	14.6	11.3	12.6	6	20.9	0.0296	88.5
	128	25 ms	5.61 ms	10	7.96	8.37	3.89	14.5	0.0252	50.7
	256	24.8 ms	5.67 ms	7.2	5.55	6.11	2.95	10.3	0.00877	46.4
	512	25 ms	5.76 ms	4.95	3.86	4.27	1.78	7.18	8.98×10^{-4}	26.8
	1024	25.2 ms	5.84 ms	3.43	2.58	2.92	1.39	4.85	0.00656	14.1
	2048	24.9 ms	5.59 ms	2.56	1.86	2.16	1.07	3.65	0.0096	10.5
	4096	25 ms	5.63 ms	1.83	1.41	1.48	0.732	2.65	0.00555	8.45
	8192	25.7 ms	5.97 ms	1.28	1.01	1.05	0.484	1.82	0.00436	5.86

Table 11: **Simulation study.** Results for estimator `BayesEst-3-km`. Mean, standard deviation, median, $[0.25, 0.75]$ quantile, min and max of absolute error.

κ	N	Computation time		Error						
		mean	std. dev	mean	std. dev.	median	0.25	0.75	min	max
0	2	22.6 ms	4.22 ms	0.368	0.21	0.387	0.176	0.567	6.69×10^{-6}	0.657
	4	22.5 ms	3.94 ms	0.439	0.303	0.371	0.228	0.559	0.00599	1.94
	8	22.4 ms	3.73 ms	0.42	0.263	0.369	0.238	0.527	0.0155	1.93
	16	22.5 ms	3.99 ms	0.339	0.197	0.309	0.196	0.442	0.012	1.22
	32	22.6 ms	4.18 ms	0.261	0.145	0.238	0.153	0.342	0.00389	0.826
	64	22.3 ms	3.91 ms	0.206	0.104	0.192	0.13	0.268	0.00466	0.721
	128	22.4 ms	4.02 ms	0.151	0.0768	0.143	0.0927	0.196	0.00445	0.436
	256	22.3 ms	3.94 ms	0.105	0.0565	0.0966	0.0634	0.139	0.00462	0.316
	512	22.4 ms	4.27 ms	0.0748	0.0392	0.071	0.0449	0.1	0.00281	0.204
	1024	22.5 ms	4.21 ms	0.0549	0.0286	0.0514	0.0338	0.0727	0.00108	0.164
	2048	22.4 ms	4.07 ms	0.0399	0.0203	0.0384	0.0242	0.0522	0.0019	0.115
	4096	22.3 ms	3.71 ms	0.028	0.0143	0.0262	0.017	0.0372	2.2×10^{-4}	0.0861
	8192	22.5 ms	4 ms	0.0198	0.00995	0.0188	0.0121	0.0259	2.87×10^{-4}	0.0604
0.01	2	24.2 ms	5.47 ms	0.366	0.208	0.383	0.177	0.559	7.2×10^{-4}	0.647
	4	24 ms	5.51 ms	0.441	0.314	0.368	0.223	0.565	5.71×10^{-4}	1.78
	8	24.3 ms	5.58 ms	0.407	0.26	0.354	0.218	0.549	0.00571	1.7
	16	23.8 ms	5.36 ms	0.338	0.199	0.31	0.196	0.442	0.00152	1.37
	32	24 ms	5.64 ms	0.263	0.148	0.244	0.152	0.355	0.00171	1.06
	64	24 ms	5.55 ms	0.199	0.105	0.186	0.118	0.262	0.00486	0.568
	128	23.6 ms	5.35 ms	0.146	0.0843	0.136	0.0822	0.195	1.33×10^{-4}	0.498
	256	23.2 ms	5.03 ms	0.101	0.0571	0.0921	0.0601	0.136	1.31×10^{-4}	0.299
	512	23.8 ms	5.52 ms	0.068	0.0399	0.0627	0.0386	0.0927	6.43×10^{-4}	0.204
	1024	23.6 ms	5.37 ms	0.0462	0.0291	0.0431	0.0237	0.0639	3.03×10^{-5}	0.148
	2048	23.7 ms	5.5 ms	0.0301	0.0205	0.0275	0.0136	0.0424	3.62×10^{-5}	0.113
	4096	24.1 ms	5.58 ms	0.0193	0.0139	0.0173	0.00745	0.0284	3.25×10^{-5}	0.0651
	8192	24.1 ms	5.61 ms	0.0128	0.00962	0.0107	0.00487	0.019	2.9×10^{-5}	0.0517
0.1	2	24.7 ms	5.71 ms	0.299	0.187	0.32	0.113	0.48	1.3×10^{-4}	0.557
	4	24.4 ms	5.53 ms	0.364	0.298	0.295	0.153	0.476	1.23×10^{-5}	1.77
	8	24.4 ms	5.53 ms	0.322	0.265	0.255	0.132	0.438	5.96×10^{-5}	1.51
	16	24.3 ms	5.34 ms	0.272	0.211	0.234	0.107	0.374	3.1×10^{-4}	1.28
	32	24 ms	5.17 ms	0.196	0.15	0.171	0.0696	0.288	1.57×10^{-4}	0.97
	64	24.1 ms	5.51 ms	0.131	0.106	0.107	0.0452	0.189	2.41×10^{-5}	0.562
	128	24.2 ms	5.54 ms	0.0872	0.0726	0.0681	0.032	0.124	6.24×10^{-5}	0.399
	256	24.3 ms	5.4 ms	0.0634	0.0514	0.052	0.0233	0.0896	2.8×10^{-4}	0.298
	512	24 ms	5.26 ms	0.0469	0.0362	0.0401	0.0177	0.0676	8.39×10^{-5}	0.219
	1024	24.2 ms	5.39 ms	0.0339	0.0259	0.0285	0.0146	0.048	9.02×10^{-6}	0.153
	2048	24.1 ms	5.2 ms	0.0247	0.019	0.021	0.00947	0.0358	5.81×10^{-6}	0.107
	4096	24.5 ms	5.46 ms	0.0174	0.0132	0.0145	0.00707	0.0256	2.81×10^{-6}	0.0675
	8192	24.4 ms	5.21 ms	0.0131	0.0095	0.0115	0.00564	0.0192	2.73×10^{-5}	0.0568
1	2	24.5 ms	5.48 ms	0.571	0.199	0.521	0.386	0.733	0.343	1
	4	24.4 ms	5.56 ms	0.468	0.25	0.483	0.263	0.661	3.28×10^{-4}	0.976
	8	24.3 ms	5.31 ms	0.401	0.304	0.364	0.179	0.562	8.63×10^{-6}	3.4
	16	24.1 ms	5.15 ms	0.32	0.231	0.278	0.143	0.458	5.38×10^{-4}	1.72
	32	24.2 ms	5.37 ms	0.237	0.178	0.209	0.0976	0.336	3.76×10^{-4}	1.17
	64	24.1 ms	5.15 ms	0.168	0.129	0.141	0.0633	0.242	1.3×10^{-4}	0.812
	128	24.1 ms	5.12 ms	0.118	0.0895	0.0983	0.0502	0.17	3.88×10^{-4}	0.575
	256	23.9 ms	5.05 ms	0.0831	0.0643	0.0684	0.032	0.121	1.24×10^{-4}	0.297
	512	24.2 ms	5.37 ms	0.0594	0.0456	0.048	0.0234	0.0865	4.74×10^{-4}	0.243
	1024	24.3 ms	5.35 ms	0.0415	0.0319	0.0361	0.0157	0.0594	8.69×10^{-5}	0.17
	2048	24.4 ms	5.35 ms	0.0304	0.0226	0.0262	0.012	0.044	1.49×10^{-4}	0.118
	4096	24.5 ms	5.47 ms	0.0207	0.0158	0.0176	0.00799	0.0298	6.58×10^{-5}	0.0945
	8192	24.6 ms	5.46 ms	0.0146	0.011	0.0124	0.00583	0.0211	1.72×10^{-5}	0.0636
10	2	24.1 ms	5.25 ms	9.37	0.0382	9.36	9.35	9.38	9.34	9.61
	4	24 ms	5.63 ms	8.33	0.223	8.29	8.15	8.47	7.98	9.27
	8	24.1 ms	5.56 ms	5.34	2.04	5.68	4.36	6.5	0.0352	33.5
	16	24.2 ms	5.58 ms	3.24	2.09	3.24	1.83	4.41	5.51×10^{-4}	30.3
	32	24 ms	5.5 ms	2.07	1.38	1.93	0.986	2.86	0.00152	12.5
	64	24.1 ms	5.52 ms	1.41	1.05	1.23	0.589	1.99	0.00456	7.43
	128	24 ms	5.65 ms	0.952	0.721	0.809	0.379	1.4	0.0017	4.31
	256	23.9 ms	5.42 ms	0.664	0.506	0.572	0.265	0.944	0.00114	3.48
	512	23.7 ms	5.31 ms	0.481	0.347	0.421	0.212	0.696	3.03×10^{-4}	1.89
	1024	23.9 ms	5.47 ms	0.329	0.248	0.28	0.128	0.474	9.07×10^{-4}	1.31
	2048	24.1 ms	5.6 ms	0.233	0.173	0.197	0.095	0.33	8.12×10^{-4}	1.07
	4096	24.5 ms	5.87 ms	0.164	0.122	0.139	0.0687	0.234	9.51×10^{-5}	0.715
	8192	24.3 ms	5.71 ms	0.117	0.0879	0.0971	0.0475	0.172	1.24×10^{-6}	0.523
100	2	25.8 ms	5.77 ms	99.3	0.00396	99.3	99.3	99.3	99.3	99.4
	4	25.6 ms	5.84 ms	98	0.039	98	98	98	98	98.3
	8	25.1 ms	5.59 ms	62.9	21.6	68.2	52.9	76.7	0.118	318
	16	25.2 ms	5.61 ms	32.6	20.2	32.9	17.3	45.6	0.214	238
	32	25.5 ms	5.81 ms	21.3	15.6	18.9	8.77	31	0.00838	106
	64	25.5 ms	5.88 ms	14.9	10.7	13.3	6.45	21.3	0.0723	82.3
	128	25.1 ms	5.78 ms	10.1	7.74	8.59	4.08	14.3	0.00308	48.2
	256	25.3 ms	5.96 ms	7.23	5.49	6.13	2.91	10.1	0.0143	45.3
	512	25 ms	5.53 ms	4.97	3.83	4.17	1.82	7.21	0.00159	26.3
	1024	25.1 ms	5.69 ms	3.44	2.58	2.9	1.37	4.9	4.13×10^{-4}	13.9
	2048	25.3 ms	5.85 ms	2.56	1.86	2.17	1.07	3.62	0.00346	10.4
	4096	24.9 ms	5.43 ms	1.83	1.41	1.46	0.732	2.65	7.55×10^{-4}	8.4
	8192	25.4 ms	5.61 ms	1.28	1.01	1.04	0.484	1.83	0.00128	5.83

Table 12: **Simulation study.** Results for estimator `BayesEst-3-xy`. Mean, standard deviation, median, $[0.25, 0.75]$ quantile, min and max of absolute error.

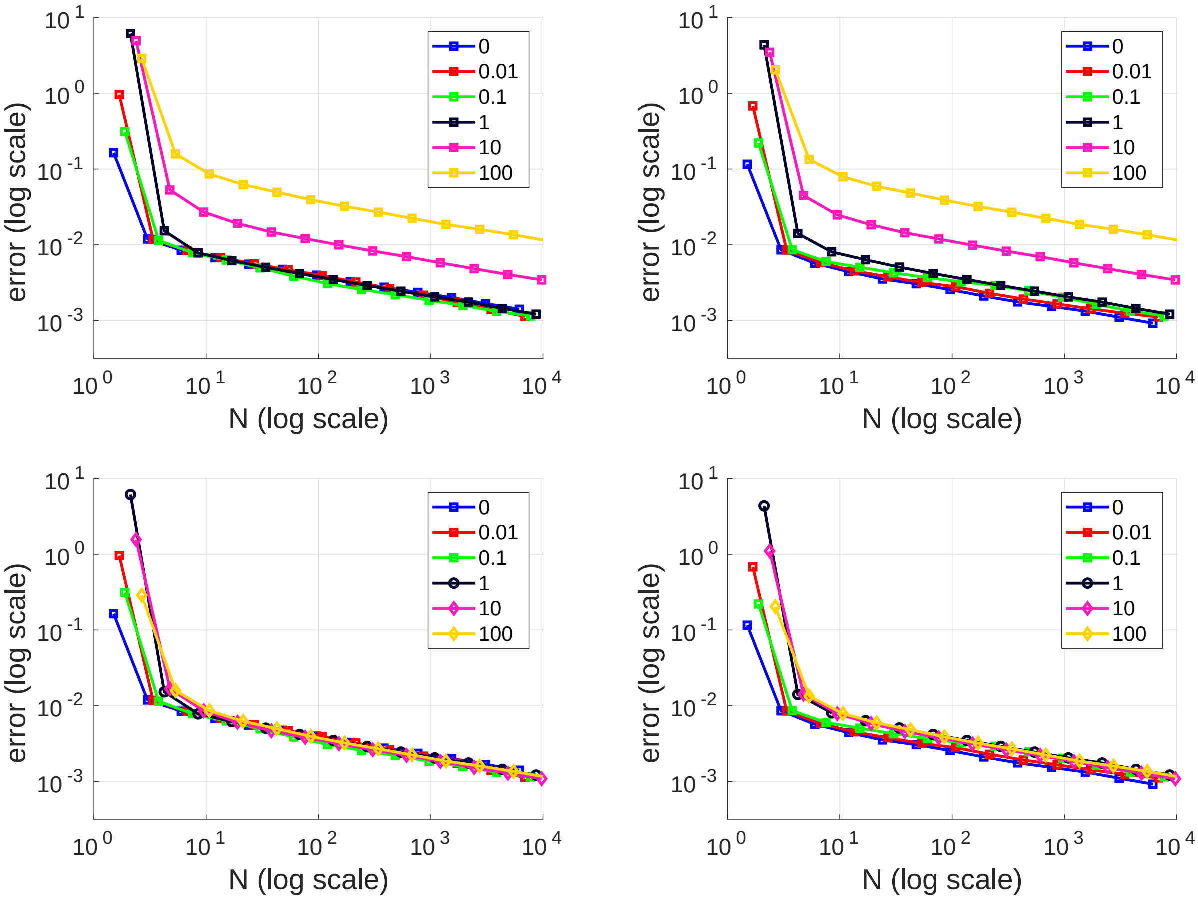

Figure 1: **Simulation study.** Results for estimators `jML` (left) and `mML` (right). Top: Error. Bottom: error for $\kappa \leq 1$ (squares) and relative error for $\kappa > 1$ (circles).

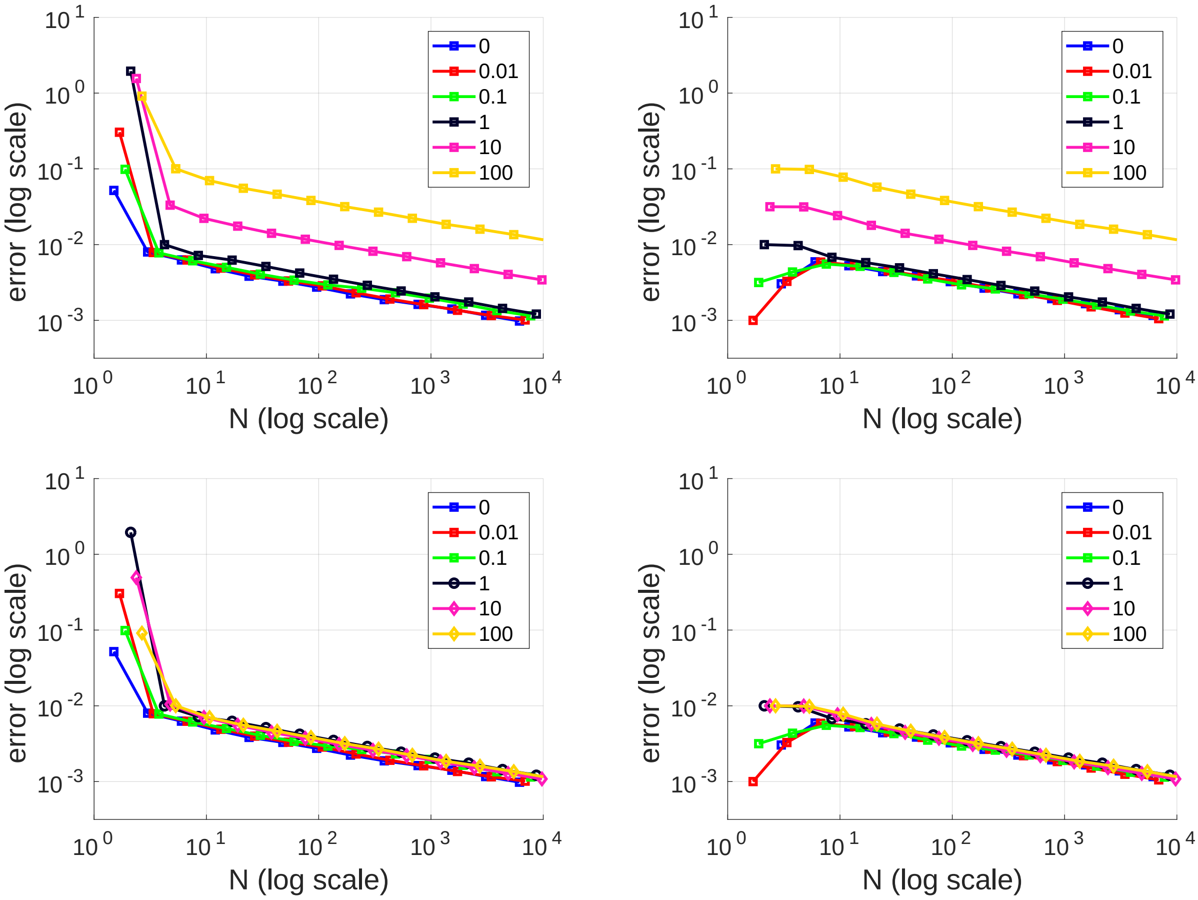

Figure 2: **Simulation study.** Results for estimators `BF1` (left) and `BF2` (right). Top: Error. Bottom: error for $\kappa \leq 1$ (squares) and relative error for $\kappa > 1$ (circles).

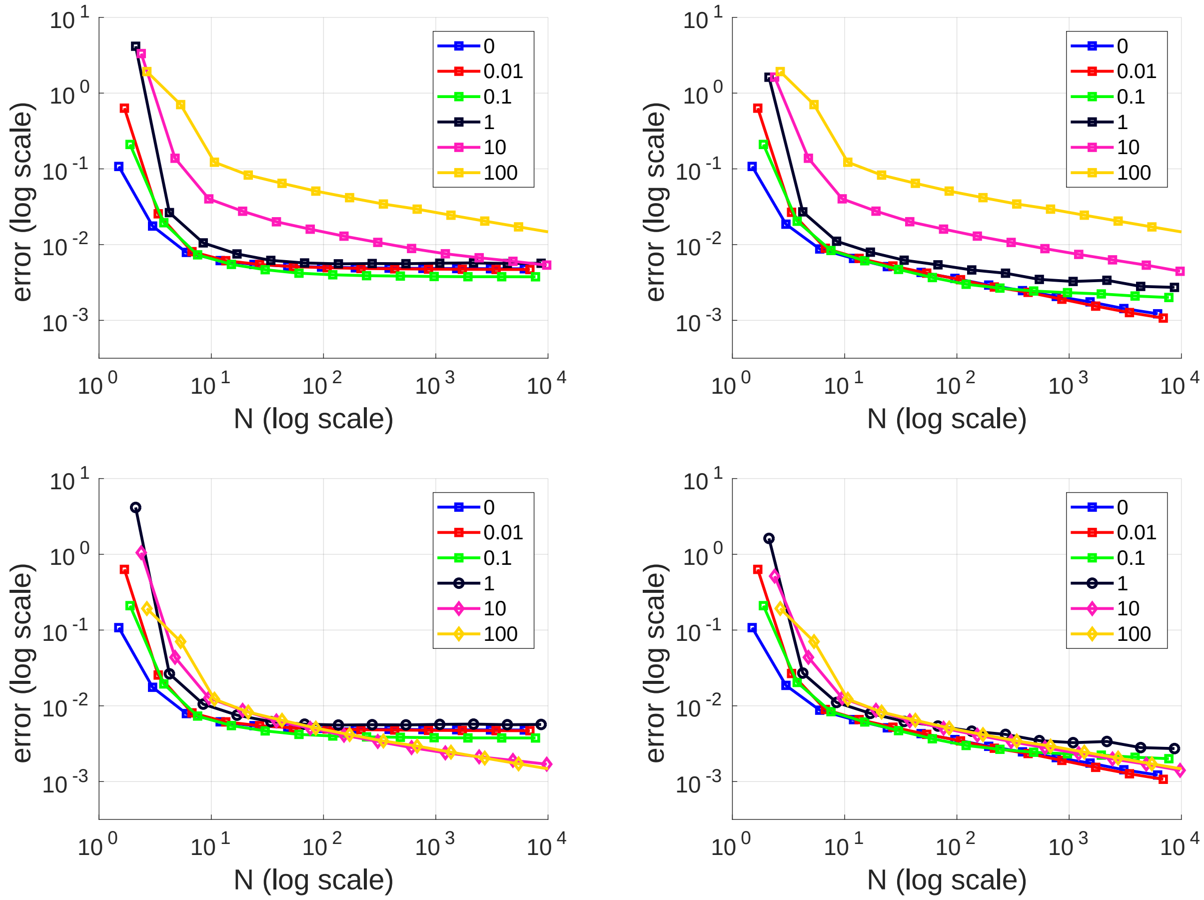

Figure 3: **Simulation study.** Results for estimators `median1` (left) and `median2` (right). Top: Error. Bottom: error for $\kappa \leq 1$ (squares) and relative error for $\kappa > 1$ (circles).

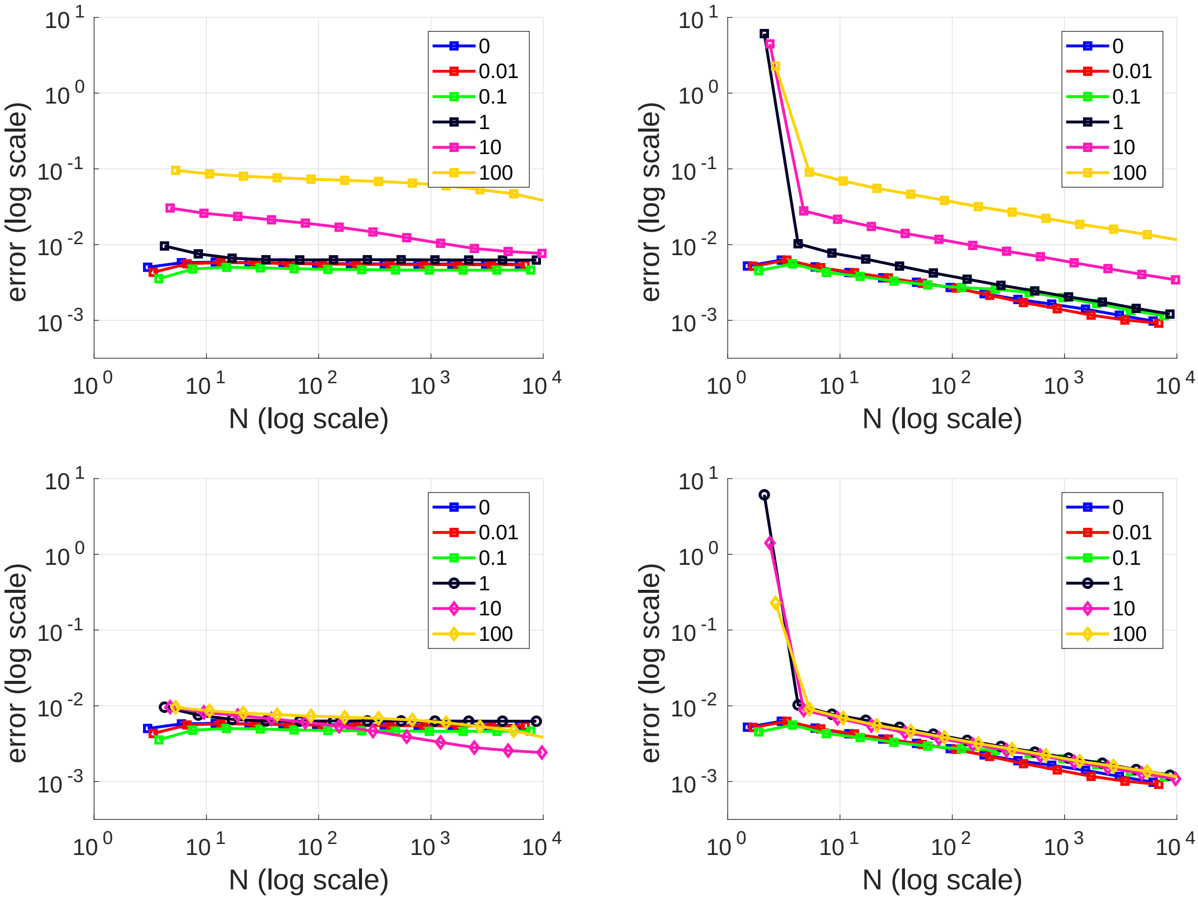

Figure 4: **Simulation study.** Results for estimators `linear` (left) and `MML-2` (right). Top: Error. Bottom: error for $\kappa \leq 1$ (squares) and relative error for $\kappa > 1$ (circles).

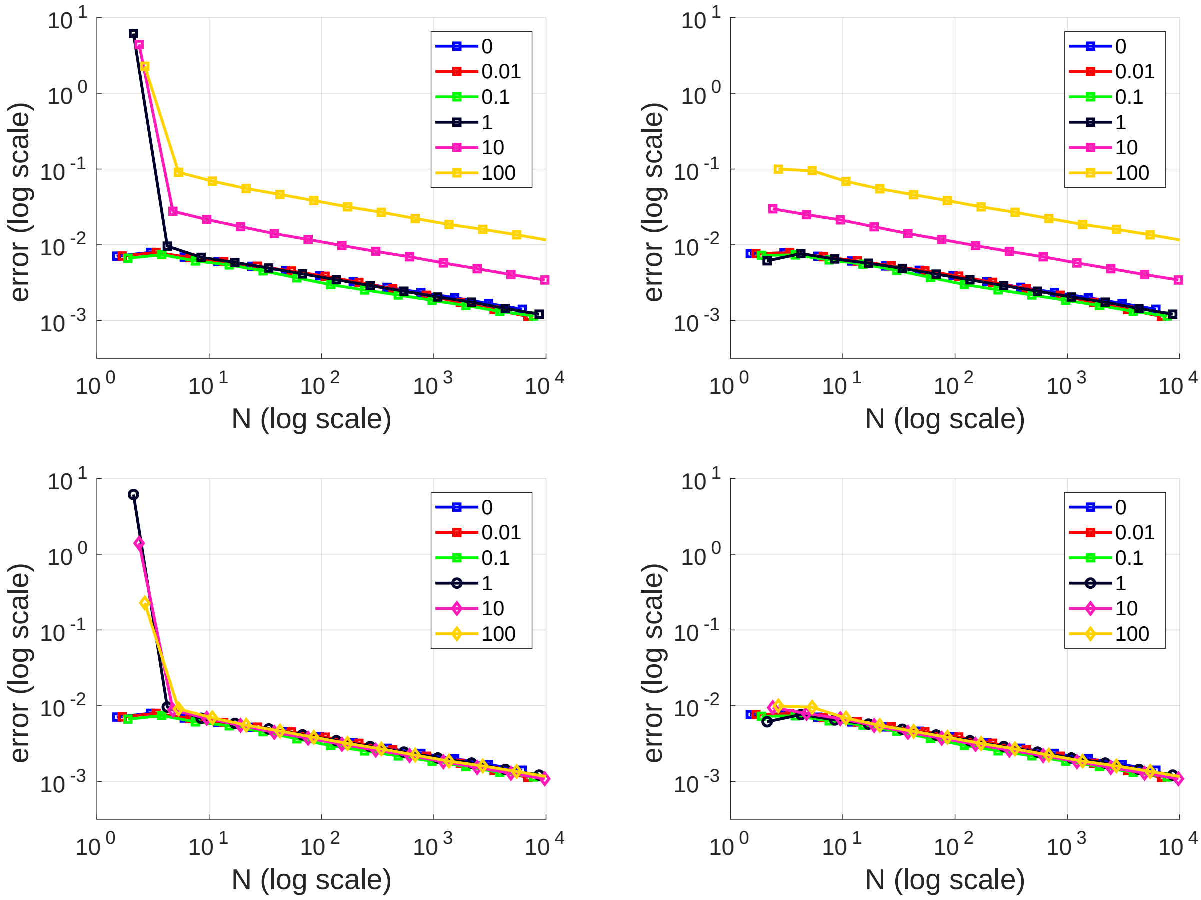

Figure 5: **Simulation study.** Results for estimators `MML-3` (left) and `BayesEst-2-km` (right). Top: Error. Bottom: error for $\kappa \leq 1$ (squares) and relative error for $\kappa > 1$ (circles).

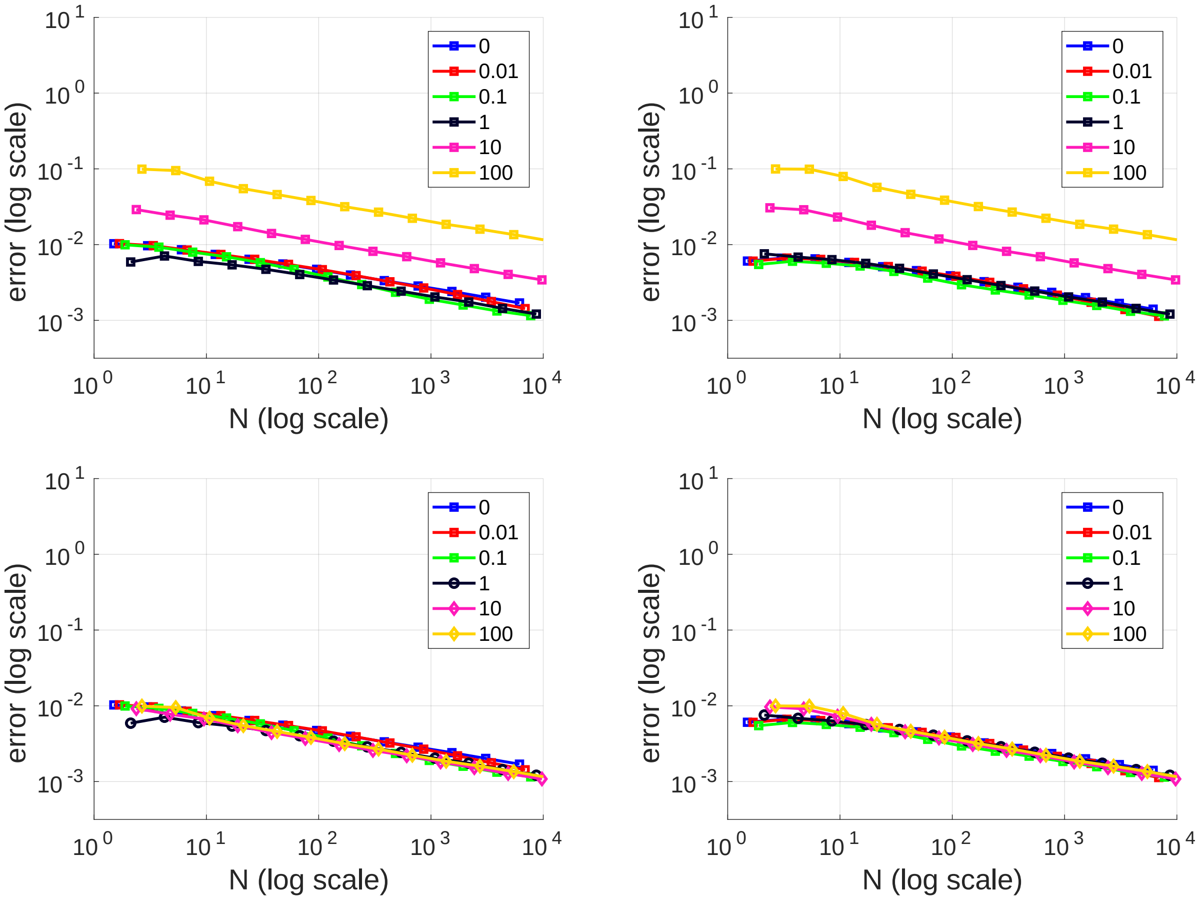

Figure 6: **Simulation study.** Results for estimators `BayesEst-3-km` (left) and `BayesEst-3-xy` (right). Top: Error. Bottom: error for $\kappa \leq 1$ (squares) and relative error for $\kappa > 1$ (circles).